

# 企業信用評分之使用者驗證

## —以評等變動轉置矩陣為焦點

蘇敏賢 / 金融聯合徵信中心風險研究組

### 前言

聯徵中心之企業信用評分 (J20—不含負責人資訊) 已於今 (99) 年 5 月 1 日正式上線，已發表之正式文件與相關文章對於評分特色與內涵、評分區隔力與穩定度驗證暨評分實務運用多所著墨；惟若能以使用者觀點為出發，對於評分應用之相關假設進行檢測，則除能佐證評分系統之優劣、深入了解評分特性外，更能避免模型風險造成錯誤的決策。

信用評分提供風險排序之相關資訊，惟未給予等級，是故未經等級違約率數量化、校準與同質性檢定等過程，確保具有足夠之等級區隔及等級內之信用特性具有相當程度之同質性，亦無如信用評等公司結果能提供明確之等級區隔與清晰之等級意義。然而，在風險管理上，透過區隔等級，產生各等級下之評等變動轉置矩陣具有重要意義，不但是國際著名經濟資本模型重要參數，被廣泛應用於經濟資本模擬、信用產品評價計算與壓力測試之應用，亦是外部資訊驗證與標準化之重要指標。

本研究藉由連續兩期間評等變化所建構出之評等變動轉置矩陣為焦點，參考 Bangia et al. (2002) 之方法論與相關資訊，檢測與比較聯徵中心 J20 評分資訊與國際知名機構 S&P 評等資訊所產生之評等變動轉置矩陣之特性差異。

### 評分等級

為執行本研究，首先必需將 J20 區分為數個等級，區分等級有多種不同方式，並有檢測等級同質性與合適性之方法，惟本研究並未針對各項區分等級之方式予以細部分析，僅希望區隔結果能依循新巴賽爾協定 (Basel II) 中對於內部評等法 (IRB) 之相關規範。另為讓與 S&P 評等資訊比較更具意義，以年度違約率為比較標準，儘可能將各等級能予對照。綜合上述兩項原則，本研究在區隔等級時考量下列要點：

1. 正常戶區分為 7 個等級，違約戶區分為 1 個等級。

2. 暴險不得過度集中，單一等級暴險金額不得超過總暴險額之30%
3. 為與S&P評等資訊相對照，以年度違約率資訊為比較基礎，前4個等級違約率不超過1%，第5個等級違約率介於1%-5%間，第6個等級違約率介於5%-10%間，第7個等級違約率在10%以上。

本研究依上述原則區分為7個等級，區隔方式若以2008年12月31日為例，各等級家數與暴險金額比重分布於下表一，此區隔方式尚能讓家數與暴險金額分散於所定義之7個區隔部位。

### 無條件評等變動轉置矩陣 (Unconditional Migration Matrix)

本研究參考Bangia et al. (2002) 對於評等變動轉置矩陣之做法，按季與按年觀察評分變動情形，再將不同樣本數據予以平均，產生無條件之評等變動轉置矩陣。由於J20最早僅能追溯至2006年1月，故選取2006年3月

至2009年3月之評分資訊建構評等變動轉置矩陣，如此將能觀察未來一期(季或年)評等變動與違約狀態。所謂按季觀察，係指每季時點具有評分之正常客戶，觀察其未來3個月後之評分狀態與是否違約，共計會有13期之樣本進行平均；按年觀察則類推僅有4期樣本，此方法將能避免觀察期間重疊的問題，但將會導致樣本數較少，評分期間所能追溯之時程不夠長將會是本研究一項重要限制。

表二與表三列示J20按季與年所估計出之評等變動轉置矩陣，與過去國外以S&P評等資料所得之研究發現相似(詳表四與表五)，其具有下特性，符合最基本之合理性分析。

1. 各等級違約率具風險排序，且風險越高之等級，具有越高之評等波動度。
2. 評等變動轉置矩陣大致符合單調性，亦即最高機率值落在對角線上，並向外逐步遞減，表二至表五中灰色陰影部份呈現違反之區隔，在表二按季計算之部分僅有兩個區隔有非常輕微違反現象，較長期之年度

表一 等級區隔方式與暴險家數與金額比重

等級	區隔	暴險家數比重	暴險金額比重
第1等	1780分以上	3.03%	5.55%
第2等	1780(含)-1720分	7.70%	7.95%
第3等	1720(含)-1660分	16.96%	17.46%
第4等	1660(含)-1600分	22.89%	24.25%
第5等	1600(含)-1540分	27.12%	18.37%
第6等	1540(含)-1480分	15.41%	18.85%
第7等	1480(含)以下	6.89%	7.57%

資料於表三呈現在第七等與違約等級間，原始等級在前四等者則有較明顯的違反情況。此現象主要係違約具吸收特性，一旦違約則無法回到其他等級，因是較長期違約機率實屬短期違約之累積機率，故較長期違約機率有可能升高於前一等級，S&P資料檢測亦有相類似之結果。

3. 若將季資料與年資料之評等變動轉置矩陣

陣相互比較，較短期間者變動幅度較小，因大幅之變動往往係由多期中介過程逐步累積。此外，短期間之評等變動轉置矩陣雖能捕捉到較多資訊(將會遺漏較少之評等變動資訊)，但同時也包含較多評等變動之雜訊。換句話說，評等變動轉置矩陣將呈現評等特性與穩定度，此部份可由J20與S&P估計結果相比較來觀察，J20

表二 無條件評等變動轉置矩陣(季)

J20		下一期評等等級							
		第1等	第2等	第3等	第4等	第5等	第6等	第7等	違約
原始評等 等級	第1等	86.23%	11.76%	1.75%	0.18%	0.02%	0.03%	0.02%	0.01%
	第2等	5.90%	80.35%	12.21%	1.26%	0.14%	0.05%	0.06%	0.03%
	第3等	0.39%	7.33%	82.28%	9.11%	0.64%	0.11%	0.11%	0.04%
	第4等	0.05%	0.57%	9.71%	80.89%	7.92%	0.45%	0.28%	0.13%
	第5等	0.00%	0.05%	0.56%	9.58%	81.88%	6.67%	0.87%	0.39%
	第6等	0.00%	0.01%	0.05%	0.63%	15.71%	75.29%	7.30%	1.01%
	第7等	0.00%	0.00%	0.03%	0.19%	1.11%	16.55%	76.01%	6.10%

表三 無條件評等變動轉置矩陣(年)

J20		下一期評等等級							
		第1等	第2等	第3等	第4等	第5等	第6等	第7等	違約
原始評等 等級	第1等	67.23%	23.55%	7.45%	1.27%	0.40%	0.04%	0.02%	0.06%
	第2等	13.75%	54.46%	24.89%	5.48%	0.98%	0.25%	0.07%	0.12%
	第3等	2.33%	16.75%	58.89%	18.14%	2.95%	0.53%	0.20%	0.21%
	第4等	0.45%	3.55%	22.56%	55.27%	14.62%	2.24%	0.63%	0.68%
	第5等	0.06%	0.54%	3.82%	23.04%	55.78%	12.02%	2.58%	2.16%
	第6等	0.00%	0.09%	0.65%	4.84%	33.75%	43.88%	11.70%	5.09%
	第7等	0.00%	0.02%	0.19%	1.13%	7.78%	31.00%	42.34%	17.55%

變動幅度顯然較大，主因在於J20大體定位在較屬於特定時點之評分模型 (Point-in-Time Model, PIT Model)，較偏屬循環觀點 (Through-the-Cycle Model, TTC Model) 的S&P信用評等反應更加敏感，故有較大之變化幅度。

## 評等變動轉置矩陣符合馬可夫過程假設檢測

評等變動轉置矩陣在實務上被運用時，往往被假設符合馬可夫過程 (Markov Process)，此假設並非是什麼高深的學問，反而是實務運用上便宜行事但未必符合真實的做法，馬可夫過程強調評等變動沒有記憶性，意即計算下期評等，僅與本期落於何種評等資訊

表四 S&P無條件評等變動轉置矩陣(季)

S&P	下一期評等等級								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D	
原始評等等級	AAA	97.92%	1.95%	0.10%	0.02%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%
	AA	0.16%	97.96%	1.75%	0.10%	0.01%	0.02%	0.00%	0.00%
	A	0.02%	0.57%	97.91%	1.34%	0.10%	0.06%	0.00%	0.00%
	BBB	0.01%	0.07%	1.37%	96.89%	1.38%	0.23%	0.02%	0.03%
	BB	0.01%	0.03%	0.17%	1.87%	95.35%	2.26%	0.18%	0.13%
	B	0.00%	0.02%	0.07%	0.11%	1.66%	95.72%	1.46%	0.96%
	CCC	0.04%	0.00%	0.16%	0.20%	0.41%	3.28%	87.19%	8.72%

資料來源: Bangia et al.(2002)

表五 S&P無條件評等變動轉置矩陣(年)

S&P	下一期評等等級								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D	
原始評等等級	AAA	91.94%	7.46%	0.48%	0.08%	0.04%	0.00%	0.00%	0.00%
	AA	0.64%	91.81%	6.75%	0.60%	0.06%	0.12%	0.02%	0.00%
	A	0.07%	2.27%	91.69%	5.11%	0.56%	0.25%	0.01%	0.04%
	BBB	0.04%	0.27%	5.56%	87.87%	4.83%	1.02%	0.17%	0.24%
	BB	0.04%	0.10%	0.61%	7.75%	81.49%	7.89%	1.11%	1.01%
	B	0.00%	0.10%	0.28%	0.46%	6.95%	82.80%	3.96%	5.45%
	CCC	0.19%	0.00%	0.37%	0.75%	2.43%	12.13%	60.44%	23.69%

資料來源: Bangia et al.(2002)

有關，再透過評等變動轉置矩陣中機率值計算期望值即可，而與過去如何到達此評等的路徑無關。此方法論使得計算多期之評等變動轉置矩陣相當簡單，如果P是單期之評等變動轉置矩陣，h期轉置矩陣將恰等於 $P^h$ 。如此將可廣泛應用於信用商品評價與其他風險管理推論模型<sup>1</sup>。

以下簡單釋例說明上述假設所代表之經濟意涵，假設某銀行客戶現行評等為B等級，該評等變動轉置矩陣列示於下表六，若銀行與客戶間恰有三筆信用交易，期間分別為1年、2年與3年，為評估信用風險，銀行有動機求算1年、2年與3年內之累積違約機率，在符合馬可夫過程前提下，搭配評等變動轉置矩陣，各年度累積違約率計算列示於圖一。

由圖一所示，年初為B等級者，第一年發生違約僅有一種可能路徑，機率為3%；如果第一年未違約，第二年會發生違約者存在3種可能路徑，邊際違約率為3.25%，合計兩年度之累積違約率為6.25%；類推第三年發生違約

者有9種可能路徑，邊際違約機率為3.33%，累積違約機率為9.58%。上述各期各等級累積機率分布其實可透過評等變動轉置矩陣相乘來快速計算，本例2年與3年累積機率矩陣列示於表七與表八，陰影部分分別呈現2期與3期累積違約機率，與圖示法所計算之結果相同。累積違約機率資訊搭配LGD等相關資訊，各期信用商品評價、預期損失與經濟資本計算方法模型將能被衍生發展出來。

然而，上述假設未必符合真實情況，亦有不少研究針對此假設進行驗證與調整，但實務運用上馬可夫過程的假設仍被廣泛應用，大部份實務使用者瞭解在短期內，此假設的偏差可能是溫和的，但隨著推算時間增加，偏差將會擴大。在金融風暴後，許多過去簡便之模型假設(例如常態、獨立或固定相關性等)合理性均被挑戰，而J20所產生之評等變動轉置矩陣是否符合馬可夫過程之假設是值得本研究探討的重點。

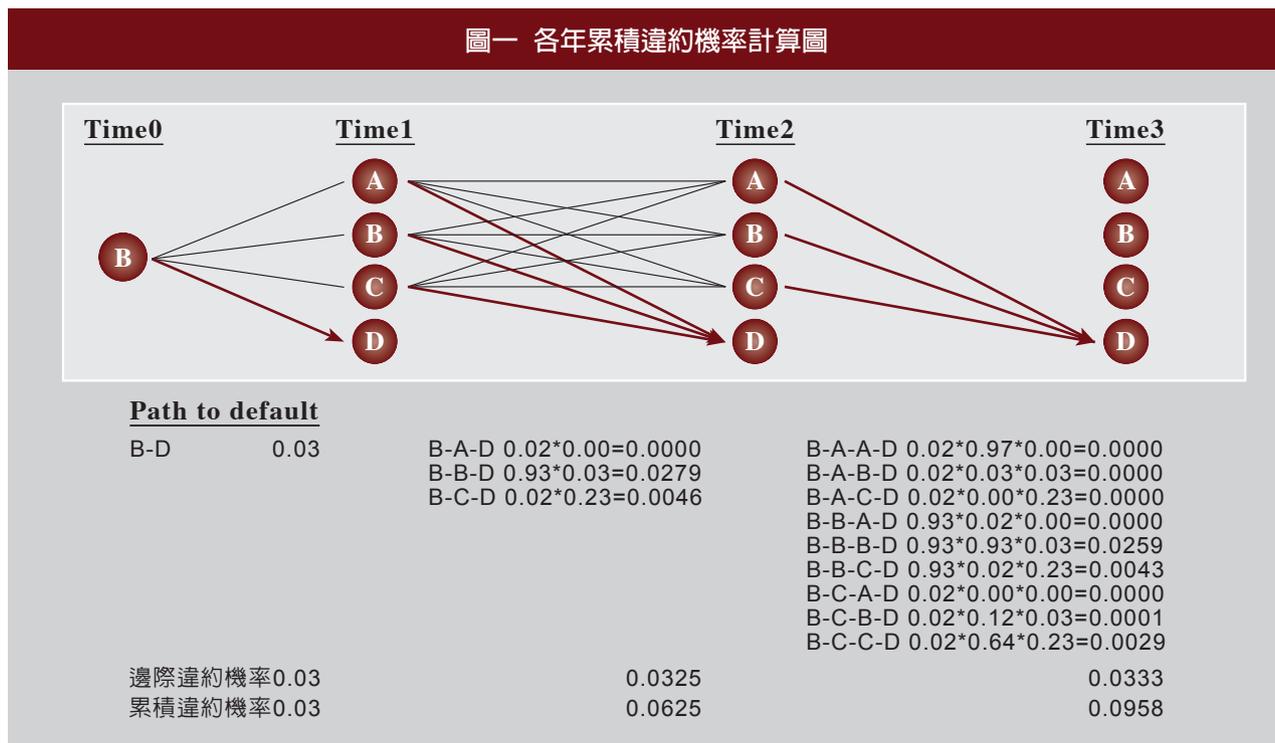
表六 單期評等變動轉置矩陣P

Rating	下一期等級				
	A	B	C	D	
原始等級	A	0.97	0.03	0	0
	B	0.02	0.93	0.02	0.03
	C	0.01	0.12	0.64	0.23
	D	0	0	0	1

資料來源：Jorion(2007)

1 參閱Schuernamm(2007)。

圖一 各年累積違約機率計算圖



資料來源:Jorion(2007)

Bangia et al. ( 2002 ) 提供兩種檢測方式，一是特徵值與特徵向量分析 ( Analysis of eigenvalues and eigenvectors )，一是路徑相關分析 ( Analysis of path dependence )，本研究捨棄前者標準但不易理解的方法論，使用後者較具直覺的路徑相關分析，後續更直接透過季資料推算與年資料之比較，觀察馬可夫過程假設之偏差狀態。

### 路徑相關分析

路徑相關分析的概念在於檢測過去之評等變動是否對於未來等級變動的方向具有預測能力，如果具有預測能力，將違反馬可夫過程認為未來評等變化僅與評等之現狀有關，而與過去評等路徑無關之假設。檢測之作法係將研究樣本再往前觀察一期之評分結果，並將與現行評分結果做比較，因而能將研究樣本區分為評等上升、維

表七 二年累積評等變動轉置矩陣 $P^2=PP$

Rating	下一期等級				
	A	B	C	D	
原始等級	A	0.9415	0.0570	0.0006	0.0009
	B	0.0382	0.8679	0.0314	0.0625
	C	0.0185	0.1887	0.4120	0.3808
	D	0	0	0	1

持與下降三部分，觀察各自所計算之評等變動轉置矩陣是否與無條件之轉置矩陣相近，抑或是存在特定之方向性可供未來預測<sup>2</sup>。

由於需要觀察前期評分結果，本研究觀察樣本縮減為2006年6月至2009年3月共計12季度之樣本，由於所涵蓋時程過短，本研究未如Bangia et al. (2002)針對轉置矩陣每一區隔進行差異之統計顯著性檢測，但仍能透過數據分

析呈現真實狀況。

依上述分別計算評等上升、維持與下降者所呈現之轉置矩陣，並將所求得之條件轉置矩陣與無條件轉置矩陣之差異，分別依照各等級下降等、維持、降等與違約之狀態予以彙整，另以相同方法整理Bangia et al. (2002)以S&P資料所做結果予以對照，列示於下表九至表十一。

表八 三年累積評等變動轉置矩陣 $P^3=P^2P$

Rating	下一期等級				
	A	B	C	D	
原始等級	A	0.9144	0.0813	0.0015	0.0027
	B	0.0547	0.8121	0.0375	0.0958
	C	0.0258	0.2255	0.2675	0.4812
	D	0	0	0	1

表九 本期升等之條件轉置矩陣與無條件轉置矩陣之變動機率差異

J20					S&P				
等級	升等	維持	降等	違約	等級	升等	維持	降等	違約
第1等		-9.96%	9.97%	-0.01%	AAA		0.51%	-0.51%	0.00%
第2等	-2.21%	-4.37%	6.59%	-0.01%	AA	-0.25%	3.52%	-3.27%	0.00%
第3等	-3.02%	-4.98%	8.00%	0.01%	A	-0.79%	1.85%	-1.02%	-0.04%
第4等	-5.40%	-2.63%	7.93%	0.10%	BBB	-2.09%	2.25%	-0.21%	0.05%
第5等	-5.42%	-3.27%	8.35%	0.35%	BB	1.18%	4.32%	-4.85%	-0.66%
第6等	-8.85%	-0.05%	8.16%	0.75%	B	5.93%	-0.45%	-2.00%	-3.49%
第7等					CCC				

註：上述機率值為條件轉置矩陣機率減無條件轉置矩陣機率之結果。

2 常見之假設現象可能是上期曾經歷降等之樣本可能有進一步再降等之趨勢，上期經歷升等之樣本可能較不易降等。

本研究將條件下轉置矩陣機率較無條件轉置矩陣機率大於1%的區隔，以陰影顯示，由其分布趨勢可看出不同之評分特性所呈現之意涵。J20顯然為較為敏感之特定時點評分模型 (PIT Model)，評等回復情況較為嚴重，因是本期升等者傾向下期降等，本期維持者亦傾向下期維持評等，本期被降等者傾向下期升

等。此現象顯然與「過去評等路徑與未來評等變動無關」之馬可夫過程假設相違背；若以S&P資料觀察，較符合循環時點的模型 (TTC Model) 雖無評等回復的情況，然而，其存在本期升等與維持者傾向維持或進一步調升評等，本期降等者傾向進一步被降等或違約，亦有違反馬可夫過程假設之嫌疑。

表十 本期維持評等之條件轉置矩陣與無條件轉置矩陣之變動機率差異

J20					S&P				
等級	升等	維持	降等	違約	等級	升等	維持	降等	違約
第1等		2.22%	-2.22%	0.00%	AAA		-0.10%	0.10%	0.00%
第2等	-0.38%	1.79%	-1.41%	0.01%	AA	-0.06%	-0.21%	0.26%	0.00%
第3等	-0.69%	1.91%	-1.23%	0.00%	A	0.01%	-0.13%	0.13%	-0.01%
第4等	-0.64%	1.75%	-1.10%	-0.01%	BBB	0.48%	-0.30%	-0.14%	-0.05%
第5等	-0.59%	1.62%	-1.00%	-0.03%	BB	1.30%	-1.06%	-0.33%	0.09%
第6等	-0.25%	1.07%	-0.75%	-0.07%	B	1.46%	-1.98%	-0.20%	0.72%
第7等	-1.30%	1.77%		-0.48%	CCC	-1.25%	9.56%		-8.31%

註：上述機率值為條件轉置矩陣機率減無條件轉置矩陣機率之結果。

表十一 本期降等之條件轉置矩陣與無條件轉置矩陣之變動機率差異

J20					S&P				
等級	升等	維持	降等	違約	等級	升等	維持	降等	違約
第1等					AAA				
第2等	7.87%	-3.80%	-4.04%	-0.03%	AA	-0.04%	-1.33%	1.39%	0.00%
第3等	8.95%	-6.54%	-2.40%	-0.01%	A	-1.41%	1.33%	-0.11%	0.19%
第4等	9.35%	-6.34%	-2.94%	-0.07%	BBB	-0.27%	-1.97%	1.94%	0.30%
第5等	11.84%	-9.46%	-2.35%	-0.03%	BB	-0.08%	-2.28%	1.40%	0.96%
第6等	7.36%	-4.59%	-2.65%	-0.12%	B	-0.77%	-7.01%	4.03%	3.75%
第7等	6.27%	-8.88%		2.61%	CCC	0.36%	-17.51%		17.15%

註：上述機率值為條件轉置矩陣機率減無條件轉置矩陣機率之結果。

表十二 由季度資料推算之年度轉置矩陣理論假設值與實際值之變動機率差異

J20					S&P				
等級	升等	維持	降等	違約	等級	升等	維持	降等	違約
第1等		-8.90%	8.88%	0.01%	AAA		0.01%	-0.01%	0.00%
第2等	0.41%	-6.29%	5.82%	0.05%	AA	-0.04%	0.35%	-0.32%	0.00%
第3等	0.48%	-5.71%	5.18%	0.05%	A	-0.11%	0.37%	-0.23%	-0.03%
第4等	0.54%	-5.74%	5.17%	0.02%	BBB	-0.43%	0.51%	0.02%	-0.09%
第5等	0.38%	-3.55%	3.42%	-0.24%	BB	-0.89%	1.52%	-0.33%	-0.30%
第6等	1.71%	-3.65%	1.97%	-0.02%	B	-0.99%	1.60%	0.54%	-1.15%
第7等	4.23%	-4.64%		0.41%	CCC	-2.82%	-2.41%		5.23%

註：上述機率值為由季度推算之理論假設轉置矩陣機率減實際上年度轉置矩陣機率之結果。

### 由季度轉置矩陣推轉四期與年度實際轉置矩陣相比較

經由上述路徑相關分析發現，無論J20評分或S&P評等所產生之轉置矩陣，都有違反馬可夫過程假設的可能，但尚未了解違反假設所造成的偏差有多少。本研究後續將使用前述季度之無條件轉置矩陣，透過4期之推轉，產生年度理論假設下之轉置矩陣，並與年度實際上無條件轉置矩陣相比較，可觀察其偏差幅度。

如同前述，J20所產生之無條件轉置矩陣係以2006年3月至2009年3月13個季度與4個年度資訊平均產生，S&P之轉置矩陣則以1981年12月至1998年12月資訊來計算，相較之下，S&P資訊涵蓋期間較長，而較具代表性，而在資料足夠之前提下，此方法論更可進一步擴展至1年以上，較能確保轉置矩陣運用在較長期之信用產品評價時，違反馬可夫過程假設所造成之偏差幅度。

表十二列示經由季度資料推算之年度轉置矩陣理論假設值與實際值之機率差異，並將差異大於1%以上之區隔以陰影表示。可發現在J20方面，理論假設值顯然比實際值還更不穩定，且似乎在較好之等級，假設值有被降等傾向，在較差之等級反有被升等之傾向，違約部分的差異則十分微小。在S&P方面，假設值似乎比實際值還趨向穩定在維持評等（在BB與B之區隔下比較明顯），且並無在降等或升等上有明顯之趨勢傾向，但在違約部份，最後兩個等級之偏差較大。

由上述觀察，併同前述路徑相關分析結果，似可歸納出以下幾點推論：

1. J20較屬特定時點模型 ( PIT Model )，容易受特定時點現況影響，敏感造成評等回復的狀況較為頻繁，也涵蓋較多之雜訊，因是由季度資料所推算之轉置矩陣能維持於相同等級之比重較小，但實際上J20在

年度資料上仍呈現具水準之穩定度，維持相同等級之比重較高。相較之下，較屬循環時點模型 (TTC Model) 之S&P評等資訊則已排除短期波動之雜訊，理論假設值與實際值較為相符。

2. 特定時點模型 (PIT Model)，雖然有較高之評等波動，但在固定等級下違約率會趨向穩定，理論假設值也因此會與實際值較為接近，J20的結果亦呈現此現象，意即若轉置矩陣僅用於累積違約率之推論，J20至少在4期內推算誤差尚落於可接受的範圍。相對而言，循環時點模型 (TTC Model) 評等不易變動，但相同等級違約率較會隨景氣波動所影響，另或由於S&P評等資料所涵蓋期間較長 (經歷完整景氣循環)，又存在信用持續惡化之現象 (連續降等之趨勢)，可能是造成上述S&P違約理論假設值偏離實際值之原因，此現象似在較差等級更為明顯。

## 結語

聯徵中心J20甫於5月初正式上線，除相關區隔力與穩定性之定期檢測外，本研究以使用者觀點，以轉置矩陣為研究焦點，併同以國外研究結果做為比較對象，檢測J20所產生之轉置矩陣基本合理性，並進一步透過路徑相關分析與轉置矩陣推算比較等方式，驗證在實務上被廣泛應用的馬可夫過程之假設，本研究將有助於深化使用者對評分特性之瞭解，進而能於實務上妥適運用。

本研究受限於J20評分資料長度不足，未能如Bangia et al. (2002) 以近20年之S&P評等資料提供更具代表性之分析結果，也無法擴展至更長期之推論，此外，若時間長度累積足夠，評估景氣循環不同時期對評分等級之影響亦是未來重要的研究發展方向。

評分研究並不囿於驗證，研究焦點亦不僅限於轉置矩陣，多組參數分別檢測並經整合，應用於信用商品評價、經濟資本計算與壓力測試等方向，將能發揮評分效用，落實信用風險管理，實務合理性檢測與挑戰更是評分改版進步之重要動因。

## 參考資料

1. Bangia, A., F.X. Diebold, A. Kronimus, C. Schagen and T. Schuermann. (2002), "Ratings Migration and the Business Cycle, With Applications to Credit Portfolio Stress Testing",  
<http://www.ny.frb.org/research/economists/schuermann/BDKSS-2002.pdf>。
2. Schuermann, T. (2007), "Credit Migration Matrices",  
[http://www.ny.frb.org/research/economists/schuermann/Schuermann\\_Risk-Encyclopedia\\_Migration-matrices\\_18Jan2007.pdf](http://www.ny.frb.org/research/economists/schuermann/Schuermann_Risk-Encyclopedia_Migration-matrices_18Jan2007.pdf)。
3. Jorion, P. (2007), "Financial Risk Manager Handbook.", P440-441。