

金融風險管理季刊

民93，第一卷，第一期，61-86

## 多期企業短期信用風險評估模型

### A Multi-period Corporate Short-term Credit Risk Model

廖咸興<sup>a,\*</sup>

Hsien-hsing Liao

台灣大學財務金融研究所副教授

Associate Professor, Department of finance,  
National Taiwan University

陳宗岡<sup>b,\*\*</sup>

Tsung-kang Chen

台灣大學財務金融研究所博士生

Ph.D Student, Department of finance, National  
Taiwan University

#### 摘要

隨著企業金融業務及其衍生性商品的蓬勃發展，企業信用風險評估日益重要。企業信用風險可概分為「短期信用風險」及「長期信用風險」兩類。短期信用風險之高低立基於企業當前的資金流動性與履行支付義務之能力；長期信用風險之優劣則決定於企業未來淨值（資產價值減除負債）之成長潛力。目前的短期信用風險領域中，以「流動性危機預測模型」（短期內發生流動性危機）為研究主流，但在文獻上，不論是「古典統計模型（classical statistical models）」與「隨機密度模型（stochastic intensity models）」，卻鮮少有能同時得出「企業流動性危機機率」及「流動性不足率」之技術。因此在信用評等及衍生性商品評價之應用上均有其限制之處。此外，在上述兩個架構內，極少運用「隨機性的支付能力比率」（stochastic solvency ratio）模型來進行企業財務危機預測。本研究以「支付能力比率」作為基礎，並依其「平均反轉」、「非負」的隨機波動的特性，並結合計量經濟學中系統變異性參數模型的概念，建立前瞻性經濟狀態資訊的隨機模型，並以此資訊模型估計而得的前瞻性狀態資訊，用於調整企業「隨機性的支付能力比率」模型之參數，進而建立一個「產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型」（Industrial state dependent stochastic solvency ratio model）。此模型可以模擬出未來各期支付能力比率之分配，再配合上支付能力比率小於一時，企業即產生流動性危機之判定準則，可以就企業未來各期間產生短期信用風險的機率及流動性不足率加以估計。實務應用上，本模型僅需公開的企業財務資訊以及可反映未來產業經濟狀態的變動（景氣循環變動）資訊下，即可以合理進行多期的企業短期信用風險（評等）評估。

關鍵詞：支付能力比率，多期短期信用風險，流動性風險，經濟狀態相依隨機模型

<sup>a</sup> 作者通訊：廖咸興，台灣大學財務金融研究所副教授，E-mail: hliao@ccms.ntu.edu.tw

<sup>b</sup> 作者通訊：陳宗岡，台灣大學財務金融研究所博士生，E-mail: r91723010@ntu.edu.tw

## Abstract

Due to the fast development of corporate financing techniques and applications of derivative instruments, corporate credit risk evaluation becomes an important issue. Corporate credit risk can be roughly classified into two categories---short-term and long-term credit risk. A company's short-term credit depends upon its capability to meet its payment obligation. While a company's long-term credit relies upon the growing potential of its future net worth (asset value minus debt). In current short-term credit risk literature, liquidity crisis prediction model is the major research area. However, within this research field, neither "classical statistical models" nor "stochastic intensity models" can obtain probability of liquidity risk and ratio of insufficient liquidity at the same time. It is therefore that this line of research has its limitations in credit rating and in the valuation of related derivatives. In addition, within the above two frameworks, few studies apply stochastic solvency ratio models to predict corporate liquidity crisis. Basing upon the two significant characteristics of solvency ratio --"mean-reversion" and "non-negative value" and the concept of varying coefficient model, the study develops an "Industrial state-dependent stochastic solvency ratio model". To consider future industrial economic state changes' impacts on a firm's solvency ratio, we also construct a stochastic model of industrial economic state. The information forecasted from the state model is used as the base for adjusting the parameters of the industrial economic-state dependent solvency ratio model. The solvency ratio model can simulate many solvency ratio paths and then the solvency ratio distributions of each future period. With the information of solvency ratio distribution and the criteria of insolvency (when solvency ratio is less than one), we can obtain the probability of a company's both short-term credit risk and ratio of insufficient liquidity in future periods. To perform a multi-period firm's short-term credit risk analysis, this solvency ratio model needs only publicly available information of corporate finance and the industrial economic state (i.e. the industrial cyclical information).

Key Words: Solvency ratio, multi-period short-term credit risk model, State-dependent stochastic model, Short-term credit rating

## 一、前言

隨著企業金融業務及其衍生性商品的蓬勃發展，企業信用風險評估日益重要。企業信用風險可概分為「短期信用風險」及「長期信用風險」兩類。短期信用風險之高低立基於企業當前的資金流動性與履行支付義務之能力；長期信用風險之優劣則決定於企業未來淨值（資產價值減除負

債）之成長潛力。目前的短期信用風險領域中，以「流動性危機預測模型」（短期內發生流動性危機）為研究主流，但在文獻上，不論是「古典統計模型（classical statistical models）」與「隨機密度模型（stochastic intensity models）」，卻鮮少有能同時得出「企業流動性危機機率」（Probability of Liquidity Crisis，以下簡稱

PLC) 及「流動性不足率」(Ratio of Insufficient Liquidity, 以下簡稱RIL)之技術。這是因為此兩類模型均只著重於流動性危機發生之機率(PLC)。前者以會計變數為基礎之預測變數並透過統計技術來估計企業發生危機的機率；後者則仰賴外部資訊如信用評等來進行企業危機預測。因此在企業信用評等及衍生性商品評價之應用上均有其限制之處。

古典統計模型包約可以分為三個世代<sup>1</sup>。第一代模型主要以多變量區別分析為統計方法。代表性研究有Beaver (1966), Beaver (1968a,1968b), and Altman (1968)。第二代模型以Ohlson (1980)為代表主要應用logit and probit等質化反應統計模型。其中Altman (1968)及Ohlson (1980)皆為單期財務危機預測模型。近代模型應用存續期間分析(duration analysis)已可進行多期的財務危機預測。代表性研究有Lee and Urrutia (1996), Shumway (2001), Donald & Van de Ducht (1999), Kavvathas (2001), Chava and Jarrow (2002), and Hillegeist, Keating, Cram, and Lundstedt (2003)。

「隨機密度模型」著重於極短期間內違約發生的頻率(亦即違約密度),這些模型

的代表性研究包括Litterman and Iben (1991), Madan and Unal (1995), Jarrow and Turnbull (1995), Jarrow, Lando and Turnbull (1997), Lando (1998), Duffie and Singleton (1999), Duffie (1998) and Duffee (1999). The latter covers Wilson (1997a and 1997b), Guption, Finger and Bhatia (1997), McQuown (1997), Crosbie (1999)。不同於古典模型以企業會計資訊來預測財務危機,「隨機密度模型」倚賴外生的評等相關資訊來產生違約代理變數,並建立以這些代理變數的隨機模型來進行違約頻率的估計,因此與市場風險評價較接近。

在上述兩個架構內,極少以隨機過程模型來模式化流動性指標,以隨機支付能力模型來進行企業財務危機預測者更屬罕見。本研究基於符合企業實際履行支付義務之能力的原則下,重新定義一個企業支付能力指標(之後表示為「支付能力比率」)。「支付能力比率」的基本概念為某一特定期間內企業可支配現金與其當期的淨支付義務的比率(本文下節會有詳細定義)。當此比率小於一時,表示該企業無法履行支付義務而面臨財務危機。此「支付能力比率」的優點在於其不僅提供能直

<sup>1</sup> 有關危機預測模型的技術的新近發展,更進一步運用到所謂的遞迴區劃分析(recursive partitioning analysis),類神經網路分析(neural networks),以及基因演算法(genealogic algorithms)。這三種預測技術常被歸類為「歸納學習法」,因此,本文並不將他們歸類於古典模型中。

接衡量企業於特定期間之流動性，也提供企業是否面臨財務危機的一個簡潔而合理的指標。根據我們對樣本歷史資料的觀察發現，企業支付能力比率具有「平均反轉」與「非負」的隨機波動的特性，而這些因時間變化的隨機波動性質，受到產業經濟狀態變化所影響。

本研究依據樣本歷史資料，所觀察到的「支付能力比率」的隨機分佈，透過配適度檢定，發現「支付能力比率」呈現對數常態分配。爲了簡化後續模式的複雜度，本研究將「支付能力比率」取自然對數的單調轉換，使得轉換後的「支付能力比率」成爲統計性質簡單的常態分配。觀察自然對數化後樣本歷史資料的「支付能力比率」，我們依然發現到「平均反轉」與「可正可負」的隨機波動特性。因此我們使用一個簡單的O-U隨機過程模型來描述這些特性，亦即本文隨後所稱之「隨機性的支付能力比率」(stochastic solvency ratio)模型。以此「支付能力比率」模型爲基礎，並結合計量經濟學中系統變異性參數模型的概念，透過產業經濟狀態的代理變數（產業景氣循環因子）建立前瞻性經濟狀態資訊的隨機模型<sup>2</sup>，再將此資訊模型估計而得的前瞻性狀態資訊，用來調整企業

「隨機性的支付能力比率」模型之參數，進而建立一個「產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型」(Industrial state dependent stochastic solvency ratio model)。此模型可以模擬出未來各期支付能力比率之分配，再配合上支付能力比率小於一時，企業即產生流動性危機之判定準則，可以就企業未來各期間的短期信用風險加以評估，並能設算出未來各期的流動性不足率。因此本研究模型可以提供實務應用上更多的資訊內涵。

本研究之短期信用風險評估模型與古典模型之差異可以由三方面討論。首先，本研究之流動性指標直接反映企業支付能力；次之，本研究引入產業經濟狀態資訊對企業支付能力之衝擊於短期信用評估模型中；最後，本研究建立之支付能力隨機模型具有「平均反轉」的隨機波動的特性，此特性符合企業流動性管理上採行維持一最適流動性水準的原則。

本研究之短期信用風險評估模型與「隨機密度模型」之差異則可以就兩方面探討。第一，本研究採用與公司財務直接相關的資訊作爲預測的基礎，而非外生的信評資訊。與結構型(structural-form)相關之危機預測模型比較，本研究可以直接衡

<sup>2</sup> 產業經濟狀態的代理變數（產業景氣循環因子）特性之詳細討論請參閱附錄A1。我們發現產業經濟狀態的代理變數（產業景氣循環因子）也呈現到「平均反轉」與「可正可負」的隨機波動特性。因此我們也使用一個簡單的O-U隨機過程模型來描述這些特性。

量企業支付不能的機率，並不需要間接透過資產與負債的關係來求算。因此，可以考慮到企業資產仍大於負債情形下可能發生短期信用危機（風險）的機率<sup>3</sup>。

總而言之，本研究所建立之短期信用風險評估模型有以下幾個特點：第一，所採用之流動性衡量指標--「支付能力比率」與企業短期信用密切相關，不僅能直接衡量企業於特定期間之流動性，也提供企業是否面臨短期信用危機的一個簡潔而合理的指標；第二，本研究建立之支付能力比率隨機模型具有「平均反轉」的隨機波動的特性，此特性符合企業流動性管理上採行維持一最適流動性水準的原則；第三，結合產業經濟狀態資訊與企業支付能力於危機預測模型中，可以進行多期預測；最後，本模型僅需公開的企業財務資訊以及可反映未來產業經濟狀態的變動（景氣循環變動）資訊下，即可以合理進行多期的企業短期信用風險評估。

本研究以下將分為四部分：首先於第二節建立「產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型」，包括探討企業支付能力比率之隨機波動特性以及產業經濟狀態的隨機模型；接著討論以「產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型」為基礎的企業

短期信用風險評估模型；第四節則以台灣有信用評等之上市公司對本模型在短期信用評等上預測效力的實證分析。第五節則為結論。

## 二、產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型

本節首先就企業支付能力與支付能力比率進行探討和定義；接著探討企業支付能力比率隨機性質；第三，選擇可以描述企業支付能力比率隨機性質的隨機過程模型；第四小節建立支付能力比率之隨機模型；最後一小節探討產業經濟狀態隨機模型。

### 2.1. 支付能力與支付能力比率

企業在某一特定期間的支付能力，指的是在當期間內企業可支配現金是否能履行其當期的淨支付義務。而依據此一概念來衡量企業短期的支付能力，最直接的設計就是定義「支付能力比率」---為某一特定期間內企業可支配現金與其當期的淨支付義務的比率。某一特定期間內企業可支配現金的計算包含當期的營運現金流入、期初現金餘額、以及期初短期投資餘額。淨支付義務的內容則包括營運現金流出、當期淨債務清償、以及利息與租稅支出。

<sup>3</sup> 結構型的信用模型主要觀念是以資產小於負債或相關代理變數如違約間距（distance-to-default）來定義企業的失敗（Merton, 1976; KMV, 1998）。但是，企業資產仍大於負債的情形仍可能發生流動性危機。近期結構型企業危機預測模型的代表性研究為Duffie and Wang (2004)。

支付能力比率的詳細定義如式 (1)

$$SR_t = \frac{\text{Disposable Cash}}{\text{Net Obligation Payment}} \\ = \frac{OCIF_t^{MA} + C_{t-1} + SI_{t-1}}{OCOF_t^{MA} + DA_t + Int_t + Tax_t} \quad (1)$$

其中，

$SR_t$ ：表第t期之支付能力比率

$OCIF_t^{MA}$ ：表第t期四季移動平均之企業營運現金流入。其內容包含稅前息前盈餘 (EBIT)<sup>4</sup>、非營運相關調整項 (non-operating-related adjustment items，此後 NOR *Adj. item* 表示) 以及營運相關調整項 (operating-related adjustment items 此後 OR *Adj. item* 表示)。非營運相關調整項包括折舊與攤銷費用、投資或資產處分淨損失等。營運相關調整項主要包括應收帳款、存貨、以及其他營運相關項目之淨減少。而營運相關項目中的應付帳款，本研究則將其獨立出來討論。當應付帳款減少時，代表有實際的現金流出，因此將應付帳款減少金額歸類為企業營運現金流出；當應付帳款增加時則代表現金流入，此時則計入當期企業可支配現金。此外，為了消除

信用政策以及季節性因素對營運現金流量之影響，我們以四季移動平均來計算各期 (季) 之營運現金流入 (出)<sup>5</sup>。企業營運現金流入可以表示如式 (2)：

$$OCIF_t^{MA} = MA (EBIT_t + NOR \\ Adj.items_t + OR \\ Adj.items_t + Increase \\ on AP_t) \quad (2)$$

其中AP表應付帳款。

$OCOF_t^{MA}$ ：表第t期四季移動平均之企業營運現金流出。企業營運現金流出主要內容為應付帳款之減少。至於其他的應計費用 (accrual expenses) 則應被視為EBIT的調整項目，因為這些應計費用並未產生實際現金流出。

$C_{t-1}, SI_{t-1}$ ：表第t期之期初現金餘額以及短期投資餘額

$DA_t$ ：代表第t期淨負債攤還。由於淨負債攤還是第t期總負債的淨減少額，所以已經反映企業短期融通的額度<sup>6</sup>。

$Int_t, Tax_t$ ：分別代表第t期內利息支付與租稅費用

<sup>4</sup> 此處EBIT之定義為：銷貨毛利扣除營業費用及營業外費用(不含利息費用及稅)之金額，並非營業淨利。

<sup>5</sup> 有關季節性因素與信用政策對企業現金流量的討論，請參見Chen, Tsung-Kang and Hsien-Hsing, Liao, 2004, "A Cash Flow Based Multi-period Credit Risk Model", Working paper, A Paper presented in the 12th Conference on the Theories and Practices of Securities and Financial Markets.

由式(1)可知，支付能力比率主要成分為企業營運現金流入與流出，現金餘額與償債支出。而企業的營運績效與支付能力受到所屬產業經濟狀態（產業景氣）影響甚鉅，因此，支付能力比率與產業經濟狀態間必然存在相當緊密的關係。另外值得一提的是，前述支付能力比率並未把投資活動的現金流量列入考慮。主要原因為投資活動的現金流出屬長期策略性支出，短期間（如一季）變現不易，而且當企業短期流動不足，必須透過處分長期資產來因應時，實已處於現流動性危機狀態了。

## 2.2. 企業支付能力比率之隨機特性

本研究依據樣本歷史資料，觀察到的「支付能力比率」具有「平均反轉」與「非負」的隨機波動特性。圖1-4所描繪的台灣四家上市公司的支付能力比率與時間的關係圖展現了這兩個特性。這現象是可以理解的，因為一個正常經營的企業，會傾向將支付能力比率維持在一個穩定趨勢的水平，因太低則流動性風險增加，太高則表示有過多的閒置資金。

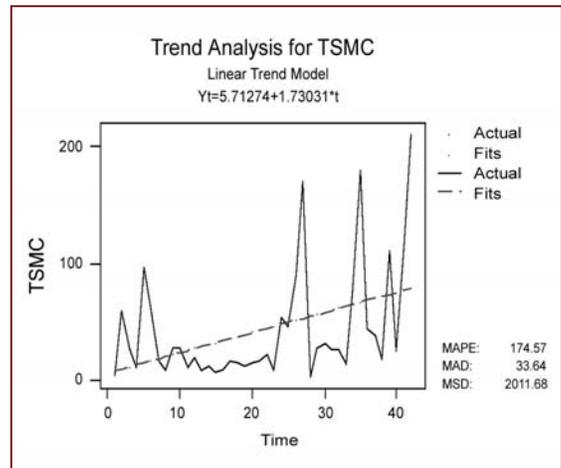


圖1. 台積電支付能力比率

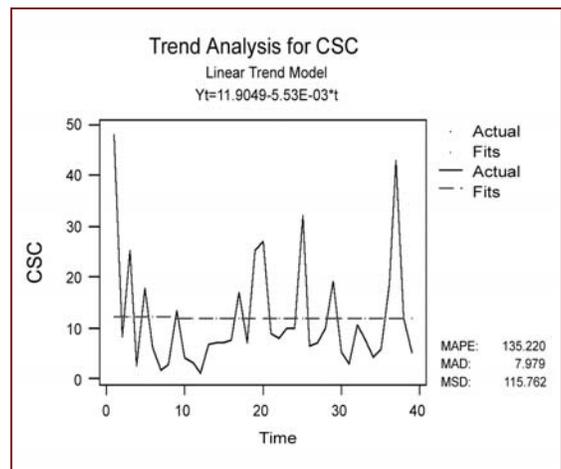


圖2. 中鋼支付能力比率

本研究也觀察同組樣本各公司「支付能力比率」歷史資料分佈，經過適合度檢

<sup>6</sup> 本研究對「淨負債償還」之定義為： $\text{Max}(0, \text{Net decrease on debt})$ ，其中debt包含了短期負債、長期負債等。此外，對淨負債增加金額不計入之因，主要為此部分之增加金額(融資活動現金淨流入)多為目的性長期投資所準備，故在投資活動與融資活動的綜合考慮下，其淨額通常很小。再從裁決性的角度來看，此部分金額(長期投資活動、相對應之融資活動)具有管理彈性，因此並不具有「支付義務」特性(Payment Obligation)，故不予計入支付能力比率。

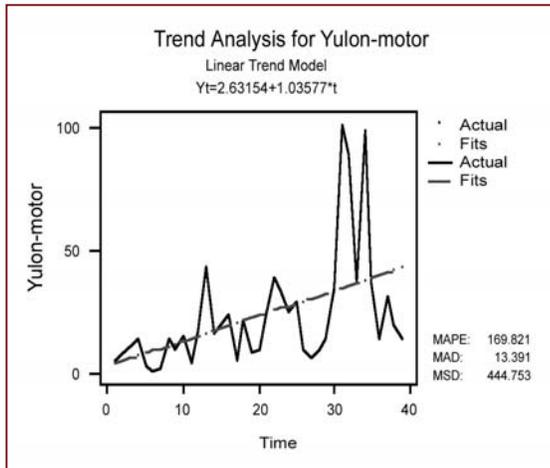


圖3. 裕隆車支付能力比率

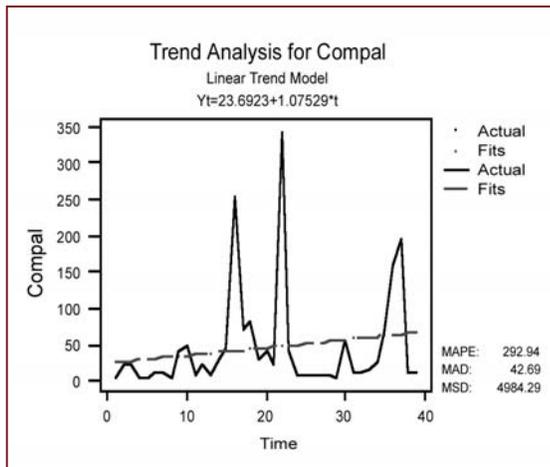
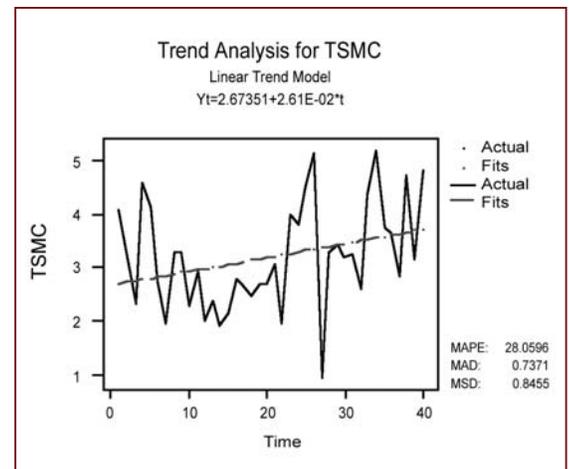
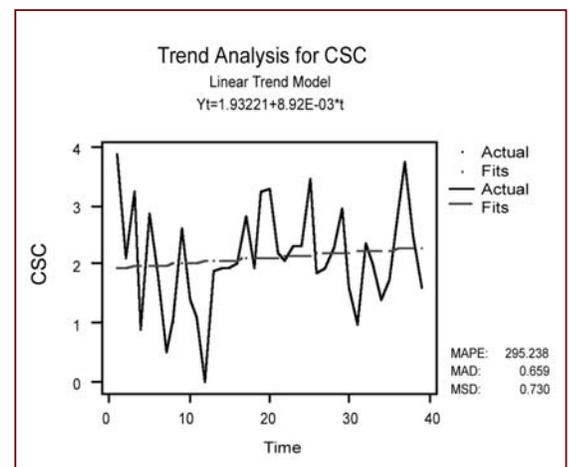


圖4. 仁寶支付能力比率

定發現各公司歷史支付能力比率的出象服從對數常態分配 (lognormal distribution) (附錄A2展示這些檢定結果)。為了簡化後續模式的複雜度，本研究將「支付能力比率」取自然對數的單調轉換，使得轉換後的「支付能力比率」成為統計性質簡單的常態分配。觀察自然對數化後樣本歷史資料的「支付能力比率」，我們發現到「平均

反轉」與「可正可負」的隨機波動特性。圖5-8所描繪的台灣四家上市公司的對數轉換後支付能力比率 $\ln SR$ 與時間的關係圖展現了這兩個特性。

此外，本研究亦利用Dickey-Fuller Test來對企業支付能力比率之「平均反轉」隨機特性進行檢定，結果支付能力顯著具有平均反轉的隨機特性，如表一所示。

圖5. 台積電 $\ln SR$ 圖6. 中鋼 $\ln SR$

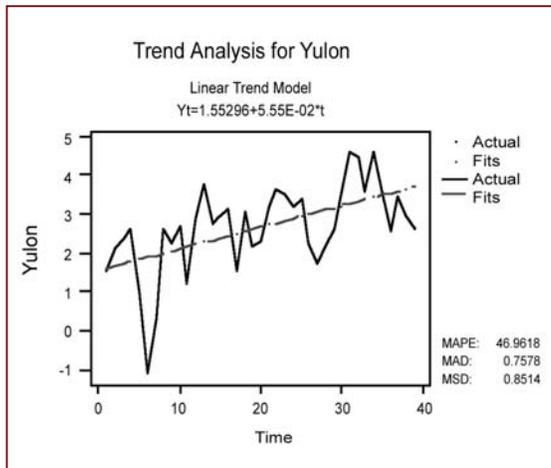


圖7. 裕隆車InSR

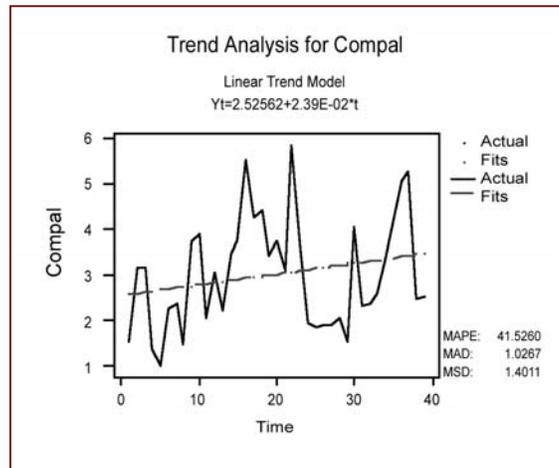


圖8. 仁寶InSR

表一、支付能力比率平均反轉隨機特性

支付能力比率平穩性檢定 (Dickey-Fuller Statistics)

產業	公司	SR	InSR
半導體	台積電	-3.613***	-5.129***
半導體	聯電	-4.537***	-4.917***
鋼鐵	中鋼	-5.793***	-4.927***
塑膠	台化	-3.899***	-3.668***
塑膠	台塑	-4.552***	-3.843***
電腦	仁寶	-5.119***	-3.848***
汽車	裕隆	-3.355**	-3.112**

\*\*\* : 99% 信賴水準 \*\* : 95% 信賴水準 \* : 90% 信賴水準

註：時間數列以平穩性檢定來進行是否具有「平均反轉 (Mean-reverting)」現象之判斷。亦即若檢定結果顯著拒絕虛無假設 (虛無假設為  $I(1)$ )，則會依某一趨勢 (trend) 波動，因此可將其視為平均反轉。由以上檢定結果顯示：支付比率具有平均反轉之隨機特性。

### 2.3. 企業支付能力比率之隨機模型

由前述可知，「支付能力比率」經自然對數的單調轉換後的「對數化支付能力比率」成為統計性質簡單的常態分配，而

且具備「平均反轉」與「可正可負」的隨機波動特性，因此對數化支付能力比率可合理假設其為服從一個具平均反轉性質的高斯過程 (Gaussian process)。本研究使用

一個簡單的O-U隨機過程模型來描述具備上述這些特性的隨機過程，亦即本文隨後所稱之「隨機性的支付能力比率」(stochastic solvency ratio)模型。由前所述支付能力比率的隨機波動性質深受到產業經濟狀態變化的影響，因此我們將此支付能力比率隨機模型設計成參數隨時間（產業經濟狀態）變動之模型。此「產業經濟狀態（時間）相依之支付能力比率隨機模型」模型請見式（3）。

$$d(\ln SR_t) = a(t) \cdot [b(t) - \ln SR_{t-1}] \cdot dt + \sigma(t) \cdot dz, dz = \varepsilon \sqrt{dt}, \varepsilon \sim N(0,1) \quad (3)$$

其中，

$d(\ln SR_t)$ ：表示第t期lnSR的期間變動（連續時間下為瞬間變動）

$a(t)$ ：表示第t期lnSR的平均反轉速度

$b(t)$ ：表示第t期lnSR的長期均衡水準

$\sigma(t)$ ：表示第t期lnSR期間變動之標準差，亦即  $\sqrt{\text{Var}(d(\ln SR_t))}$

式（3）之支付能力比率隨機模型參數主要有三，分別為 $a(t)$ 、 $b(t)$ 、及 $\sigma(t)$ ，為簡化模型起見，在不失其一般化的情形下，式（3）之 $a(t)$ 可假設為一固定之參數值<sup>7</sup>，其所代表意義乃是一長期平均反轉速度，個別公司可能因產業性質不同而須

個別估計之；而 $b(t)$ 代表第t期lnSR的長期均衡水準，會隨時間（亦即產業經濟狀態）改變， $\sigma(t)$ 則表第t期lnSR期間變動之標準差，也會隨時間（亦即產業經濟狀態）改變。下小節我們將引入產業經濟狀態隨機模型，並討論該模型與支付能力比率隨機模型參數調整之關係。

#### 2.4. 產業經濟狀態隨機模型

本研究以企業所屬產業的「領先指標成長率」來代表產業經濟狀態的變動<sup>8</sup>，並依其隨機的特性建立其隨機模型，進而得出未來各期的產業經濟狀態的估計值。本研究觀察景氣循環因子的特性，其中發現其具有「平均反轉」之性質<sup>9</sup>。而其變動率的平均反轉特性更為明顯。因此產業經濟狀態隨機模型可設定如下式（4）所示：

$$d(\eta_t) = a_{\eta} \cdot [b_{\eta} - \eta_{t-1}] \cdot dt + \sigma_{\eta} \cdot dz \quad (4)$$

其中

$\eta_t$ ：代表產業領先指標（或同時指標）第t期之變動率

$b_{\eta}$ ：代表產業領先指標（或同時指標）之長期均衡之變動率；

$\sigma_{\eta}$ ：代表產業領先指標（或同時指標）變動率的差額之標準差

依以上「產業經濟狀態隨機模型」估

<sup>7</sup>  $a(t)$ 實質上會受到個別企業成長趨勢的影響，在本研究中，為簡化模型起見，故假設其為固定，實際應用時，僅須考慮個別企業之產業生命週期特性即可，因此不會喪失本模型之一般性。

<sup>8</sup> 無法取得產業的「領先指標成長率」時，可以「同時指標成長率」替代。

<sup>9</sup> 景氣循環因子的特性之詳細討論請參閱附錄A1。

計出未來各期產業經濟狀態後，即可作為「支付能力比率隨機模型」的參數調整依據（支付能力比率隨機模型之參數調整方法之詳細討論請見附錄A3）。因此，式（3）支付能力比率隨機模型的參數 $b(t)$ 與 $\sigma(t)$ 可表示如下<sup>10</sup>：

$$b(t) = b \cdot (1 + \psi_t^b) \quad (5)$$

$$\sigma(t) = \sigma \cdot (1 + \psi_t^\sigma) \quad (6)$$

其中，

$b$ ：（取自然對數後）支付能力比率歷史資料估計出之長期均衡水準

$\sigma$ ：（取自然對數後）支付能力比率歷史資料估計出之期間變動量之標準差

上述兩參數皆以最大概似估計法（Maximum Likelihood Estimation）來進行估計，並以Chen（1996）的AR（1）法之估計值作為數值分析之起始值。詳細討論請見下小節。

當產業經濟狀態資訊（景氣循環因子）為領先指標時<sup>11</sup>：

$$\psi_t^b = \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} - 1 \quad (7)$$

$$\psi_t^\sigma = \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} - \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} \quad (8)$$

其中，

$\omega(t)$ ：為第 $t$ 期之產業經濟狀態值

$\alpha_0, \alpha_1$ ： $\alpha_1$ 為 $\ln SR$ 相對於產業經濟狀態的敏感性（亦即 $\ln SR_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega_t + \varepsilon$ 回歸式中之回歸係數）， $\alpha_0$ 則為前項回歸式中之截距項。

根據上述之調整方法， $\alpha_1$ 反映了景氣循環因子與（取自然對數後）支付能力比率（亦即 $\ln SR$ ）的變動關係。所以當景氣循環因子變動1單位時， $\ln SR$ 則會變動 $\alpha_1$ 單位。

在產業經濟狀態（景氣循環因子）隨機模型中，景氣循環因子變動率的長期平均（ $b_\eta$ ）與變動率差額之標準差（ $\sigma_\eta$ ）可自長期期間的樣本資料中以最大概似估計法（Maximum Likelihood Estimation）估計而得之定值為代表。並以Chen（1996）的AR（1）法之估計值作為數值分析之起始值。

綜合而言，本研究在進行「支付能力比率隨機模型」的參數估計時，乃以產業景氣循環因子來代表產業經濟狀態的變動，進而由產業經濟狀態之變動來調整「支付能力比率隨機模型」的參數。其經濟意涵為：「根據企業經營績效反映產業景

<sup>10</sup> 推導請見附錄A3。

<sup>11</sup> 當景氣循環因子為同時指標時式（7）與式（8）中之 $t$ 改為 $t-1$ 。詳細推導參見附錄A3。

氣循環的經濟理論基礎，可推論企業在未來不同時點所面臨的景氣循環狀態，將會反映到企業未來支付能力比率的波動」。此概念與「系統變異性參數模型」相符合。所以，本研究以產業經濟狀態隨機模型作為基礎，並以「未來各期的景氣循環因子期望值」對「支付能力比率隨機模型」參數進行調整，切合企業經營的實質經濟意涵，因此本研究支付能力比率隨機模型具相當之合理性。

## 2.5. 產業經濟狀態隨機模型與支付能力比率隨機模型之參數估計

本研究設立之產業經濟狀態隨機模型如式(4)，重述如下：

$$d(\eta_t) = a_\eta \cdot [b_\eta - \eta_{t-1}] \cdot dt + \sigma_\eta \cdot dz \quad (4)$$

對於其中代表產業同時指標（景氣循環因子）之長期均衡變動率的參數  $b_\eta$  及代表產業同時指標（景氣循環因子）變動率差額之標準差的參數  $\sigma_\eta$ ，本研究採用最大似估計法（Maximum Likelihood Estimation），並輔以Chen（1996）之AR（1）法而得之估計值作為數值分析的起始值。

式（4）隱含未來期間之產業經濟狀態變數（即產業領先指標或同時指標）服從Ornstein-Uhlenbeck（O-U）隨機過程，其條件機率密度函數為一常態分配，其平均值及變異數如下：（其中s為欲觀察的未來時點）

$$E(\eta_s | \eta_t) = \eta_t \cdot e^{-a_\eta(s-t)} + b_\eta \cdot (1 - e^{-a_\eta(s-t)}) \quad (9)$$

$$Var(\eta_s | \eta_t) = \frac{\sigma_\eta^2 [1 - e^{-2a_\eta(s-t)}]}{2a_\eta} \quad (10)$$

而此產業經濟狀態變數的機率分配（unconditional distribution）則為  $N(b_\eta, \frac{\sigma_\eta^2}{a_\eta})$ 。

因此可寫出產業經濟狀態隨機變數的概似函數（Likelihood function），如下：

$$\begin{aligned} L(a_\eta, b_\eta, \sigma_\eta^2; \eta_0, \eta_{t-1}) \\ = f(\eta_{t-0}) \cdot \prod_{t=1}^T f(\eta_t | \eta_{t-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{Max}_{a_\eta, b_\eta, \sigma_\eta^2} \ln L(a_\eta, b_\eta, \sigma_\eta^2; \eta_0, \eta_{t-1}) \\ = \ln f(\eta_{t-0}) + \sum_{t=1}^T \ln f(\eta_t | \eta_{t-1}) \end{aligned} \quad (12)$$

因此依據式（12），並利用數值分析方法來進行隨機模型之參數估計。而起始值之決定則以AR（1）法之估計結果為代表。

在AR（1）法中，乃利用一階自我迴歸係數及均方差（MSE）求得估計係數。（9）式可寫成如下的一階自我相關過程：

$$\begin{aligned} \eta(s) = \eta(t) \cdot e^{-a_\eta(s-t)} + b_\eta \cdot (1 - e^{-a_\eta(s-t)}) \\ + \xi(s) \end{aligned} \quad (13)$$

（13）式若以不連續之一階自我迴歸過程表示，則為：

$$\eta_{t+\Delta t} = \eta_t \cdot e^{-a_\eta \Delta t} + b_\eta \cdot (1 - e^{-a_\eta \Delta t}) + \xi_{t+\Delta t} \quad (14)$$

（14）式中的誤差項  $\xi_{t+\Delta t}$  服從平均值為0，變異數為（10）式所描述之常態分配，

$\Delta t$  為時間間隔長度。此一AR (1) 過程滿足了所有式 (4) 的三項特性，亦即平均數、變異數、白噪音均為常態分配。為方便估計參數，可將 (14) 簡化如下：

$$\eta_t = \alpha + \beta \cdot \eta_{t-\Delta t} + e_t \quad (15)$$

$$a_\eta = \frac{-\ln\beta}{\Delta t} \quad b_\eta = \frac{\alpha}{1-\beta} \quad \sigma_\eta^2 = \frac{2a \cdot MSE}{1-e^{-2a\Delta t}}$$

其中  $\alpha = b_\eta(1-\beta)$ ,  $\beta = e^{-a_\eta \Delta t}$ ，所以  $a_\eta$  及  $\sigma_\eta$  均可由上式 (15) 計算求得。

所以，在假設產業經濟狀態隨機模型的參數估計為固定下，得出未來各期的產業經濟狀態（景氣循環因子）的期望值；並輔以系統變異性參數模型的概念，以景氣循環因子來進行支付能力比率隨機模型的參數估計調整。如此一來，在景氣循環因子能合理估計時，就能合理地進行自由現金流量隨機模型的參數調整。因此，式 (3) 支付能力比率隨機模型可改寫如下式 (16)：

$$d(\ln SR_t) = a \cdot [b \cdot (1 + \psi_t^b) - \ln SR_{t-1}] \cdot dt + \sigma \cdot (1 + \psi_t^\sigma) \cdot dz \quad (16)$$

### 三、產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型與多期企業流動性風險

依據上節建立的產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型，我們就可以模擬出許多條未來企業支付比率的路徑。因

此，在未來每一特定期間（以橫段面來看），可以模擬出未來各期支付能力比率之分配，再配合上支付能力比率小於一時，企業即產生流動性危機之判定準則，即可以就企業未來各期間產生流動性危機（風險）的機率加以估計。

#### 3.1. 未來各期產業經濟狀態之模擬與估計

就特定產業選擇合適產業景氣指標（可參見表四），建立產業經濟狀態隨機模型（透過歷史資料估計出模型參數）。由此模型估計出未來各期之產業經濟狀態之期望值（亦即式 (7) 之  $\hat{\omega}_t$ ）；有了未來各期之產業經濟狀態資訊，再配合式 (5)、(6)、(7) 及 (8)，即可對支付能力比率隨機模型進行參數調整。由於支付能力比率隨機模型是建立於  $\ln SR$  之上，因此每一次依式 (3) 模擬的出一條路徑結果，需再取指數 (taking exponent) 以轉換回原始支付能力比率的路徑。此一程序進行許多次 (N 次)，則可以得到許多條 (N 條) 支付能力比率的路徑。在未來每一觀察時點 (期)，就有與多個 (N 個) 支付能力比率的可能出象，就會形成如圖9的支付能力比率的分配。在圖9中，支付能力比率的小於一時，則可以視企業已陷流動性危機。由支付能力比率的分配圖中支付能力比率小於一的面積所代表的機率代表該期發生流動性危機的機率。該流動性危機的機率 (PLC) 可計算如式 (17)：

$$\begin{aligned} & \text{Probability of liquidity crisis} \\ &= \int_0^1 f(SR_t) \cdot d(SR_t) \end{aligned} \quad (17)$$

而企業流動性之預期適足率 (Expected Ratio of Sufficient Liquidity, 以下以ERSL表示) 則決定於支付能力比率分配圖中支付能力比率小於一時的期望值, 其意義為: 每一元淨償付義務在短期間內可獲得多少的現金支應償付, 如式 (18) 所示。反之, 企業流動性之預期不足率 (Expected Ratio of Insufficient Liquidity, ERIL) 即為每一元淨償付義務在短期間內支應不足的金額。如式 (19) 所示。

$$\begin{aligned} & \text{Expected Ratio of Sufficient Liquidity}_t \\ &= \int_0^1 SR_t \cdot f(SR_t) \cdot d(SR_t) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \text{Expected Ratio of Insufficient Liquidity}_t \\ &= \int_0^1 (1 - SR_t) \cdot f(SR_t) \cdot d(SR_t) \end{aligned} \quad (19)$$

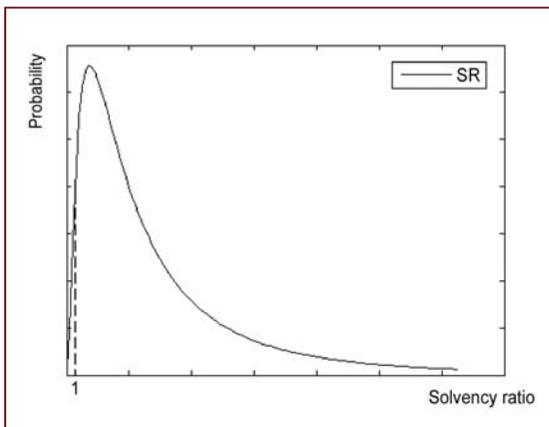


圖9. 支付能力比率分配與流動性危機

總而言之, 本研究多期企業短期信用風險評估流程可以用圖10來表達。



圖10. 多期企業短期信用風險評估流程

#### 四、實證分析

在這一節中, 我們將應用前述發展的模型實際評估七家台灣上市公司的短期信用, 以初步檢驗模型的效果。本節以下將先說明實證資料與來源, 再列示相關模型的參數估計, 最後報告短期信用評估的結果。

##### 4.1. 實證資料

本研究自台灣股票市場中選取了7家企業來進行企業短期信用評估之試算。所選樣本產業分佈如下表二, 詳細公司名單請參見表五。相關資訊來源見表三, 包括企

業財務資訊、產業經濟狀態資訊來自台灣經濟新報資料庫 (TEJ)，評等資訊來資於中華信用評等公司 (TRC)。產業經濟狀態資訊 (產業景氣循環因子，包括產業之領先指標以及同時指標) 的詳細內涵及資料來源詳請見表三。參數估計期間除台化為 1998 - 2004 Q2 外，其餘皆為 1995 - 2004 Q2。產業景氣循環因子之選取參照美國 NBER 及我國經建會之選取原則。台化期間較短的原因是在 1997 到 1998 年間，其事業內涵有結構性改變，由紡織轉向塑膠生產。

表二、實證樣本產業分佈表

產業	鋼鐵	汽車	塑膠	電腦	半導體
數目	1	1	2	1	2

表三、實證資料來源

項目	企業財務資訊與評等	產業經濟狀態資訊 (產業景氣循環因子)
來源	台灣經濟新報資料庫 (TEJ)、TRC、S&P、Moody 網站	台灣經濟新報資料庫 (TEJ)

表四、產業經濟狀態代理變數 (產業景氣循環因子)

領先指標	資料來源	同時指標	資料來源
1. 各類股股價指數變動率	TEJ, Datastream	1. 各產業的銷貨值	TEJ, Datastream
2. 各產業新增訂單變動率	TEJ, Datastream	2. 各產業的生產變動率	TEJ, Datastream
3. 對特定產業 (如半導體業、DRAM) 而言，有特定編制指數、特定報價者，以其作為調整因子，其預測力更佳	SEMI, Bloomberg, Datastream		

\* (1,2) 領先指標、同時指標的判斷依據主要來自經建會選取的景氣循環指標

\*\* 美國的總體經濟指標的選擇亦類似於台灣

#### 4.2. 支付能力比率隨機模型與產業經濟狀態隨機模型之參數估計結果

支付能力比率隨機模型如式 (16) 需先估計起始參數 ( $a, b, \sigma$ )，以及  $\ln SR$  對經濟狀態之敏感性 ( $\alpha_1$ )。估計的結果見表五。而數值分析之起始值估計見附錄 A4。

有關樣本公司所屬產業之產業經濟狀態隨機模型之參數估計結果，請見表六。而數值分析之起始值估計見附錄 A4。

#### 4.3. 企業短期信用風險之實證結果

由於本研究模型除了能提供企業流動性危機機率外，尚能提供預期流動性不足率之資訊，故較之以往文獻流動性危機預測模型有所不同。所以在此本研究模型將不與傳統模型進行效力比較，而改以企業短期信用評等來進行驗證。

本研究企業短期信用風險之實證結果彙總於表七。表七第三行、第四行分別表示本研究模型所計算出之企業於樣本期間

表五、樣本公司支付能力比率隨機模型參數估計值

樣本公司支付能力比率隨機模型參數估計值					
公司	a	b	$\sigma$	Functional value	$\alpha 1$
台積電	1.6325 (0.1492)	3.2471 (0.0023)	1.8557 (0.0891)	-60.261	0.0142
聯電	1.5769 (0.1205)	3.6468 (0.0001)	1.4361 (0.0591)	-46.574	-0.0016
中鋼	1.7255 (0.1591)	2.0849 (0.0006)	1.5529 (0.0763)	-48.082	0.0163
台化	1.5686 (0.1319)	1.4772 (0.0022)	1.4280 (0.0634)	-31.083	0.0463
台塑	0.8621 (0.0314)	2.1258 (0.0013)	1.2974 (0.0258)	-51.487	0.0260
仁寶	0.8372 (0.0284)	3.0126 (0.0004)	1.5471 (0.0291)	-58.709	0.0103
裕隆	0.5378 (0.0135)	2.6758 (0.0001)	1.1325 (0.0158)	-51.189	0.0670

1. ( ) 內的值為標準差。因此本研究樣本之參數皆為顯著。

2. 本研究乃利用最大概似法 (MLE) 及數值分析技術 (Optimization) 來進行隨機模型參數估計。其中 functional value 即為所求之極大值，且均會收斂。

外，再經過一年以後預測之流動性危機發生之機率及預期流動性不足率，以Model's PLC及Model's ERIL表示。表七第五行表示本研究模型估計出之企業長期評等。該長期評等係由Model's PLC分別對照S & P (1981-2002) 及Moody (1920-2001) 的一年累積違約曲線 (one-year cumulative default rate curve) 而求得。表七第六行表示係依據Moody的一年累計預期損失率曲線估計而得的Moody長期評等。由於此對照指標係採美國資料編製，屬全球評等 (global rating)，因此相對於國內的評等

(local rating) 是較低估的。本研究需將模型求算之全球評等向上升一級成為國內由中華信評公司 (TRC) 評定之國內評等。本研究之所以會如此轉換的原因，是因為國內信評業並未編製累計違約機率與評等的對照表。再根據中華信評公司長、短期信用的轉換表，我們得到由模型推估的企業短期信用評等於表七第七行。表七最右一行則列示各企業的實際短期信用評等。

根據表七的結果，本研究模型對樣本企業的短期信用作了相當合理的估計。本研究模型的效力似乎得到初步實證結果的

表六、樣本公司所屬產業之產業經濟狀態隨機模型之參數估計值

產業經濟狀態隨機模型之參數估計值					
產業	模擬對象	$a_{\eta}$	$b_{\eta}$	$\sigma_{\eta}$	Functional value
半導體	電子產品出貨 指數變動率	0.340310 (0.007586)	0.032201 (0.000071)	0.036594 (0.000432)	75.13
鋼鐵，汽車	製造業整體出貨 指數變動率	0.475810 (0.012212)	0.010758 (0.000036)	0.019298 (0.000263)	101.08
塑膠	石化業產品出貨 指數變動率	0.97626 (0.040117)	0.000621 (0.000032)	0.029346 (0.000656)	77.72
電腦與週邊 產品	電子與通訊產品 出貨指數變動率	0.57584 (0.015094)	0.032241 (0.000017)	0.031241 (0.000455)	84.85

- ( ) 內的值為標準差。因此本研究樣本之參數皆為顯著。
- 本研究乃利用最大概似法 (MLE) 及數值分析技術 (Optimization) 來進行隨機模型參數估計。其中 functional value 即為所求之極大值，且均會收斂。

表七、樣本公司短期信用風險之實證結果彙總表

樣本公司短期信用風險之實證結果彙總表							
編號	公司	Model's PLC (One-Year)	Model's ERIL (One-Year)	Model's rating (PLC)	Model's rating (ERIC)	Model's rating (Short-term)	Actual rating (Short-term)
1*	台積電	0.00%	0.0000%	AAA / Aaa	Aaa	twA-1	twA-1
2*	聯電	0.00%	0.0000%	AAA / Aaa	Aaa	twA-1	twA-1
3*	中鋼	0.00%	0.0000%	AAA / Aaa	Aaa	twA-1	twA-1
4*	台化	0.04%	0.0074%	A / A3	A2	twA-1	twA-1
5*	台塑	0.24%	0.0464%	BBB+ / Baa2	Baa1	twA-1	twA-1
6*	仁寶	0.04%	0.0136%	A / A3	A2	twA-1	twA-1
7*	裕隆	0.54%	0.1775%	BBB- / Baa3	Baa3	twA-2	twA-2

\*：模型短期信用評等與實際短期信用評等相同

- 企業評等資訊取自中華信評網站。
- Model's PLC, ERIC: 模擬15000次支付能力比率隨機模型所得到樣本期間之後一年的發生流動性危機的機率(亦即支付能力比率小於一的機率)及預期流動性不足率
- Model's rating(PLC)表示係依據企業之PLC分別對應至S&P及Moody長期評等之結果(S&P/Moody)。而Model's rating(ERIC)表示係依據企業之ERIC對應至Moody長期評等下的結果。
- Model's rating(short-term)表示係依據Model's rating(PLC,ERIC)、Global & Local rating轉換之綜合考量後再轉為短期評等的結果。

支持。不過本研究目前取樣的樣本皆為正常營運的企業，本研究模型目前尚未能考慮所有可能發生於企業的不確定性，例如突發的不利事件。對於這類這類突發事件，應可於後續研究中於模型中額外加入一個獨立的隨機項，如隨機跳躍模型(jump diffusion model)來作更周延的考慮。

此外，本研究亦將台積電，中鋼以及台塑的支付能力比率模擬圖表現於圖11-16，供讀者參考。

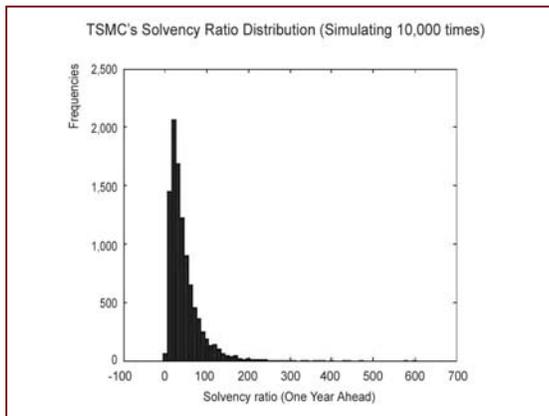


圖11. 台積電1年後支付能力比率分配

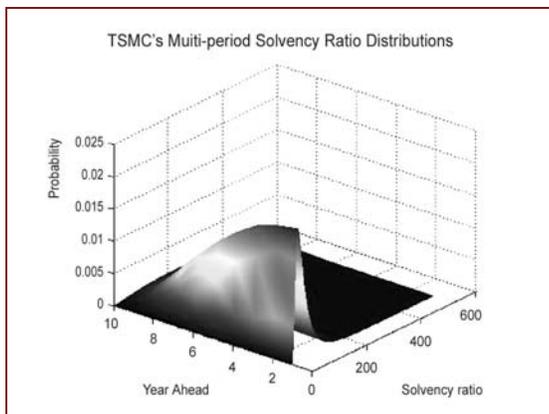


圖12. 台積電多期支付能力比率分配

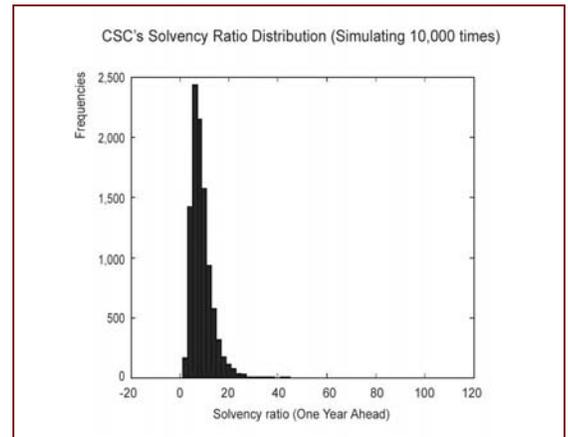


圖13. 中鋼1年後支付能力比率分配

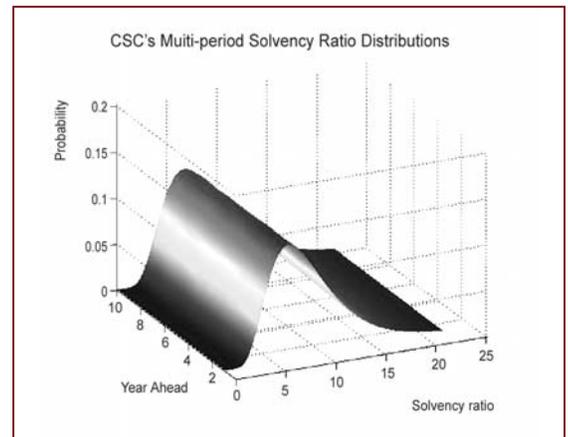


圖14. 中鋼多期支付能力比率分配

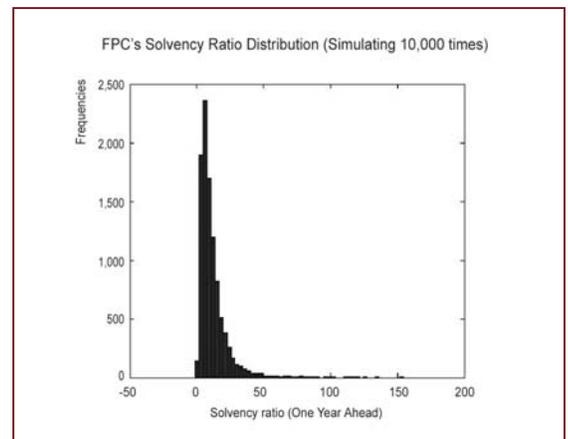


圖15. 台塑1年後支付能力比率分配

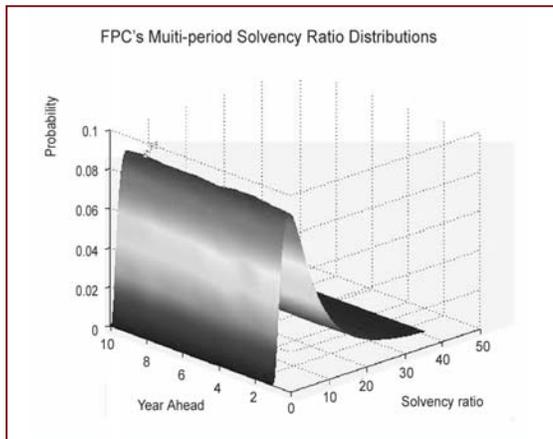


圖16. 台塑多期支付能力比率分配

## 五、結論

目前的短期信用風險領域中，以「流動性危機預測模型」（短期內發生流動性危機）為研究主流，但在文獻上，不論是「古典統計模型 (classical statistical models)」與「隨機密度模型 (stochastic intensity models)」，卻鮮少有能同時得出「企業流動性危機機率」及「流動性不足率」之技術。因此在信用評等及衍生性商品評價之應用上均有其限制之處。文獻迄今有關企業財務危機預測模型多著重在以會計變數為基礎之預測變數並透過統計技術來估計企業發生危機的機率（古典統計模型）或仰賴外部資訊如信用評等來進行企業危機機率預測（隨機密度模型），而忽略了流動性不足率之資訊內涵。此外，在此兩個架構內，亦極少以隨機過程模型來模式化流動性指標，以隨機支付能力模型來進行企業財務危機到預測者更屬罕見。本研究以

衡量企業實際支付能力的原則下，重新定義一個企業支付能力指標-支付能力比率。以此「支付能力比率」作為基礎，並依其「平均反轉」、「非負」的隨機波動的特性，建立隨機性的支付能力比率模型，並結會計量經濟學中系統變異性參數模型的概念，另外建立前瞻性經濟狀態資訊的隨機模型，並利用此狀態資訊模型估計而得的前瞻性狀態資訊，用於調整企業「隨機性的支付能力比率」模型之參數，進而建立一個「產業經濟狀態相依之支付能力比率隨機模型」。此模型可以模擬出未來各期支付能力比率之分配，再配合上支付能力比率小於一時，企業即產生流動性危機之判定準則，可以就企業未來各期間產生短期信用風險（危機）的機率及流動性不足率加以計估，進而可以進行多期企業短期信用風險的分析。

此外，本研究建立之隨機性的支付能力比率模型，在不需要已知企業評等資訊及資產與負債價值下，可以直接估計未來企業發生短期信用危機的機率；對與企業利害相關者而言，本模型僅需公開的企業財務資訊以及可反映未來產業經濟狀態的變動（景氣循環變動）資訊下，即可以合理進行多期的企業短期信用風險評估。實證的結果顯示，本研究模型對樣本企業的短期信用有相當合理的估計。本研究模型的效力似乎得到初步的支持。不過本研

究目前取樣的樣本皆為正常營運的企業，而本研究目前的模型尚未能考慮所有可能發生於企業的不確定性，例如突發的不利事件。對於這類突發事件，應可於後續研究中於模型中額外加入一個獨立的隨機項，如隨機跳躍模型(jump diffusion model)來作更周延的考慮。

## Reference

- Altman, E. I. (1968) "Financial Ratios, Discriminant Analysis, and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *Journal of Finance* 23, 589-609.
- Beaver, B. (1966) "Financial Ratios as Predictors of Failure". Empirical Research in Accounting: Selected Studies, Supplement to *Journal of Accounting Research Autumn*, 91-101.
- Beaver, B. (1968a) "Alternative Accounting Measures as Predictors of Failure", *Accounting Review*, January, 113-122.
- Beaver, B. (1968b) "Market Prices, Financial Ratios, and the Prediction of Failure", *Journal of Accounting Research Autumn*, 170-192.
- Chava, S. and R. Jarrow (2002) "Bankruptcy Prediction with Industry Effects", *Working Paper*, Cornell University.
- Chen, R.R. (1996) *Understanding and Managing Interest Rate Risks*, World Scientific, chapter 5.
- Chen, T.K. and H.H Liao (2004) "A Cash Flow Based Multi-period Credit Risk Model", *Working paper*, A Paper presented in the 12th Conference on the Theories and Practices of Securities and Financial Markets.
- Duffee, G.R. (1999) "Estimating the Price of Default Risk", *Review of Financial Studies*, Spring, 12, No. 1, 197-225.
- Duffie, D. (1998) "Defaultable Term Structure Models with Fractional Recovery of Par", Graduate School of Business, Stanford University.
- Duffie, D. and K.J. Singleton (1999) "Modeling the Term Structures of Defaultable Bonds", *Review of Financial Studies*, 12, 687-720.
- Duffie, D. and K. Wang (2004) "Multi-Period Corporate Failure Prediction With Stochastic Covariates", *Working Paper*
- Gupton, G.M., C.C. Finger and M. Bhatia (1997) "CreditMetrics - Technical Document, (New York, J.P.Morgan) .
- Hillegeist, S. A., E. K. Keating, D. P. Cram, and K. G. Lundstedt (2003) "Assessing the Probability of Bankruptcy", *Working Paper*, Northwestern University.
- Kavvathas, D. (2001) "Estimating Credit Rating Transition Probabilities for Corporate Bonds", *Working paper*, University of Chicago.
- Jarrow, R.A., D. Lando and S.M. Turnbull (1997) "A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads", *The Review of Financial Studies*, 10 (1), 481-523.
- Jarrow, R.A. and S.M. Turnbull (1995) "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk", *Journal of Finance*, 50, 53-86.
- Lando, D. (1998) "On Cox Processes and Credit Risky Securities", *Review of Derivatives Research*, 2, 99-120.
- Lee, S. H. and J. L. Urrutia (1996) "Analysis and Prediction of Insolvency in the Property-Liability Insurance Industry: A Comparison of

Logit and Hazard Models” , *The Journal of Risk and Insurance*, 63, 121-130.

Litterman, R. and T. Iben (1991) “Corporate Bond Valuation and the Term Structure of Credit Spreads” , *Financial Analysts Journal*, Spring, 52-64.

Madan, D. and H. Unal (1995) “Pricing the Risk of Recovery in Default with APR Valuation,” *Journal of Banking and Finance*, forthcoming.

McDonald, C. G. and L. M. Van de Gucht (1999) “High-Yield Bond Default and Call Risks” , *Review of Economics and Statistics*, 81, 409-419.

McQuown J.A., (1997) “ Market versus Accounting-Based Measures of Default Risk” , in I. Nelken, edited by, *Option Embedded Bonds*, Irwin Professional Publishing, Chicago.

Crosbie, Peter J.(1999) “Modeling Default Risk” , mimeo, KMV Corporation, San Francisco, CA.

Ohlson, J.(1980) “Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy” , *Journal of Accounting Research*, 19, 109-131.

Ralph B. D'A and M.A. Stephens, 1986, “Goodness-of-fit techniques” .

Shumway, T.(2001) “Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model” , *Journal of Business*, 74, 101-124.

Wilson, T. (1997a) Portfolio Credit Risk, I. RISK 10, September, 111-117.

Wilson, T.,1997b, Portfolio Credit Risk, I. RISK 10, October, 56-61.

## 附錄A1、產業經濟狀態（景氣循環因子）之隨機特性

本研究以台灣市場之半導體、塑化、鋼鐵、汽車、電腦週邊等產業，利用產業出貨指數變動率類來代表景氣循環因子，並觀察其趨勢（樣本期間：1995~2004Q2，為季增率資料）。如圖A1-1至A1-4顯示：景氣循環因子具有平均反轉現象，故適用於平均反轉隨機模型。

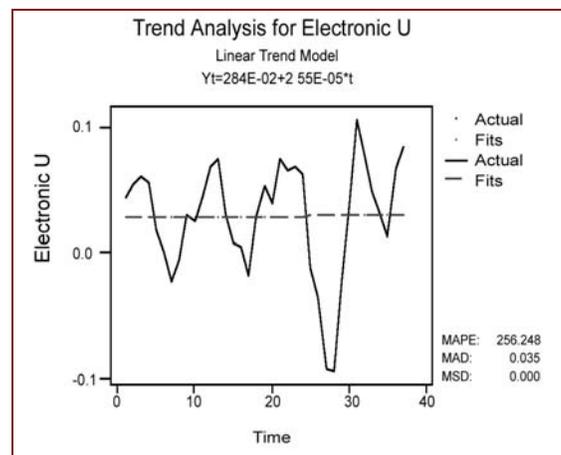


圖 A1-1. 電子產品出貨指數變動率（季）

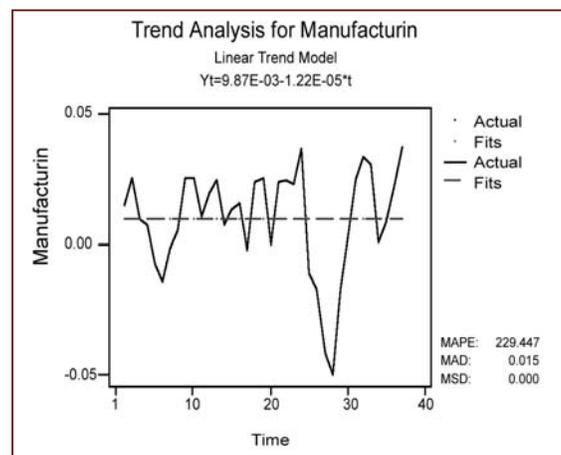


圖 A1-2. 製造業產品出貨指數變動率（季）

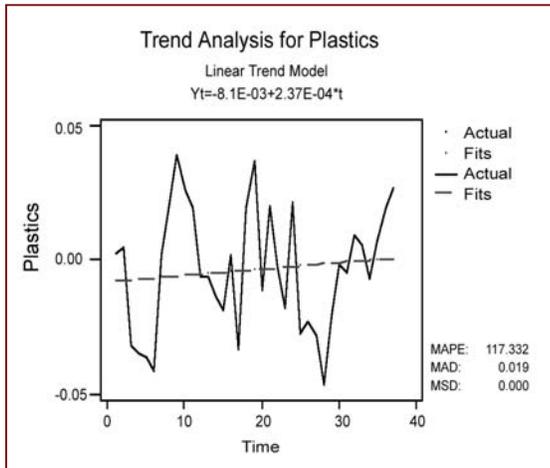


圖 A1-3 塑膠業產品出貨指數變動率 (季)

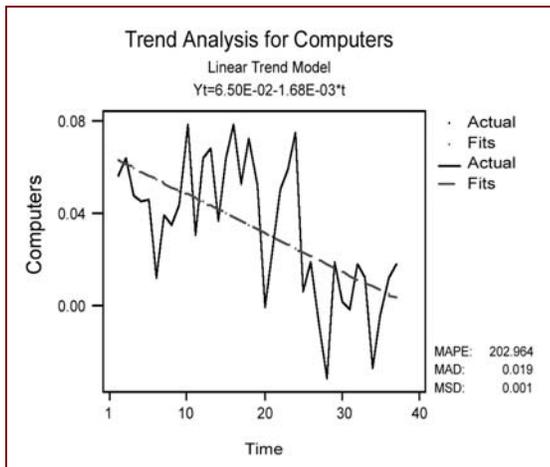


圖 A1-4 電腦產品出貨指數變動率 (季)

## 附錄A2、企業歷史「支付能力比率」的隨機分配特性

本研究也觀察樣本各公司「支付能力比率」歷史資料分佈，經過適合度檢定發現各公司歷史支付能力比率的出象服從對數常態分配。以下僅展示台積電與台塑兩企業支付能力之適合度檢定圖例，如A2-1至A2-4。適合度檢定統計量為Anderson-Darling statistics (Ralph and Stephens, 1986)

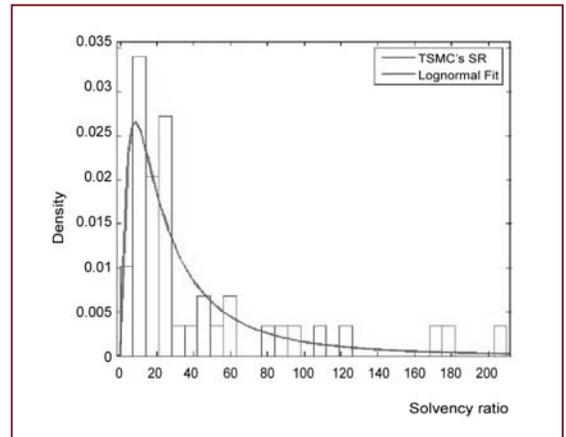


圖 A2-1. 台積電支付能力比率分配

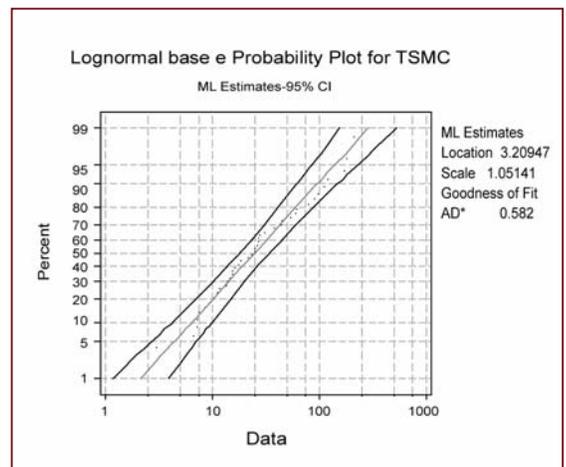


圖 A2-2. 台積電支付能力比率適合度檢定

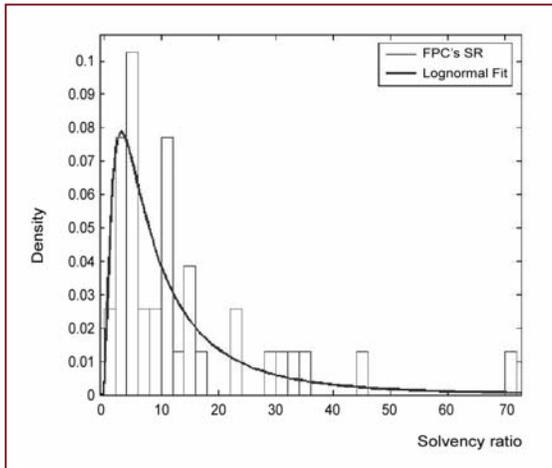


圖 A2-3. 台塑支付能力比率分配

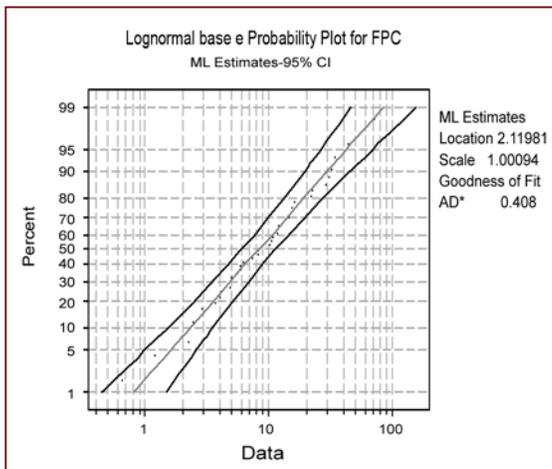


圖 A2-4. 台塑支付能力比率適合度檢定

### 附錄A3、產業狀態（時間）相依之支付能力比率隨機模型之參數估計方法

本研究「產業狀態（時間）相依之支付能力比率隨機模型」模型請為式（3），重述如下：

$$d(\ln SR_t) = a(t) \cdot [b(t) - \ln SR_{t-1}] \cdot dt + \sigma(t) \cdot dz, \\ dz = \varepsilon \sqrt{dt}, \quad \varepsilon \sim N(0,1) \quad (3)$$

其中，

$d(\ln SR_t)$ ：表示第 $t$ 期 $\ln SR$ 的期間變動（連續時間下為瞬間變動）

$a(t)$ ：表示第 $t$ 期 $\ln SR$ 的平均反轉速度

$b(t)$ ：表示第 $t$ 期 $\ln SR$ 的長期均衡水準

$\sigma(t)$ ：表示第 $t$ 期 $\ln SR$ 期間變動之標準差，亦即  $\sqrt{\text{Var}(d(\ln SR_t))}$ 。

式（3）之支付能力比率隨機模型參數主要有三，分別為 $a(t)$ 、 $b(t)$ 、及 $\sigma(t)$ ，為簡化模型起見，在不失其一般化的情形下，式（3）之 $a(t)$ 可假設為一固定之參數值<sup>12</sup>，其所代表意義乃是一長期平均反轉速度，個別公司可能因產業性質不同而需個別估計之；而 $b(t)$ 代表第 $t$ 期 $\ln SR$ 的長

<sup>12</sup>  $a(t)$ 實質上會受到個別企業成長趨勢的影響，在本研究中，為簡化模型起見，故假設其為固定，實際應用時，僅須考慮個別企業之產業生命週期特性即可，因此不會喪失本模型之一般性。

期均衡水準，會隨時間（亦即產業經濟狀態）改變， $\sigma(t)$  則表第t期lnSR期間變動之標準差，也會隨時間（亦即產業經濟狀態）改變。在參數估計上，本研究採用最大似估計法(Maximum Likelihood Estimation)先估計出lnSR之固定參數： $a$ 、 $b$ 及 $\sigma$ 。

今欲使參數 $b$ 及 $\sigma$ 為隨時間變動，則利用產業經濟狀態隨機模型來進行調整。以下，以 $\omega$ 代表景氣循環因子之值。以下，本研究將探討對數化之支付能力(lnSR)與景氣循環因子之關係，並建立回歸分析如下式：

$$\ln SR_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot (\omega_t) \quad (\text{A3-1})$$

所以，本研究以歷史資料估計出之現金流lnSR的長期均衡水準( $b$ )為基礎，透過未來各期lnSR對於 $b$ 的成長率來進行未來期間的參數調整，使其成為 $b(t)$ ；而根據式(A3-1)，可將未來lnSR的成長率以未來各期的景氣循環因子成長率來代表，進而能隨時間調整：

$$\begin{aligned} b(t) &= b \cdot \left( 1 + \left[ \left( \frac{\ln SR(t)}{\ln SR_{long-term}} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \right] \right) \\ &= b \cdot \left( 1 + \left[ \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A3-2})$$

在作為lnSR長期均衡水準( $b$ )的調整時，需注意其乃為季期間估計而得之結果。故在利用未來產業經濟狀態進行調整時，亦需將長期均衡水準的成長率調整為季化。本研究乃以幾何平均調整之。

而在 $\sigma$ 的參數調整方面，本研究的作法如下：首先將式(A3-1)等號兩邊進行差分，其結果如下：

$$\Delta(\ln SR_t) = \alpha_1 \cdot \Delta(\omega_t) \quad (\text{A3-3})$$

接著對式(A3-3)取變異數，結果如下：

$$\begin{aligned} \text{Var}(\Delta(\ln SR_t)) &= \alpha_1^2 \cdot \text{Var}(\Delta(\omega_t)) \\ \Rightarrow \sigma_{\Delta(\ln SR_t)} &= |\alpha_1| \cdot \sigma_{\Delta(\omega_t)} \end{aligned} \quad (\text{A3-4})$$

所以，根據式(A3-3)及式(A3-4)，且當 $\alpha_1$ 為正數時，可整理而得如下式：

$$\alpha_1 = \frac{\Delta(\ln SR_t)}{\Delta(\omega_t)} = \frac{\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}}{\sigma_{\Delta(\omega_t)}} \quad (\text{A3-5})$$

而當 $\alpha_1$ 為負數時，則如下式所示：

$$-\alpha_1 = \frac{\Delta(\ln SR_t)}{\Delta(\omega_t)} = \frac{\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}}{\sigma_{\Delta(\omega_t)}} \quad (\text{A3-6})$$

因此，當未來有新資訊加入時（景氣循環因子的變化），「 $\Delta(\omega_t)$ 發生的變動對 $\Delta(\ln SR_t)$ 變動的影響幅度」將與「 $\sigma_{\Delta(\omega_t)}$ 發生的變動對 $\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}$ 變動的影響幅度」相同。唯需注意的是，兩者效果（情境）會因 $\alpha_1$ 的正負而產生「方向」的改變<sup>13</sup>。

<sup>13</sup> 在式A3-5及式A3-6中，此兩式之關係恆成立。當未來發生經濟狀態改變時(新資訊加入)， $\Delta(\omega_t)$ 發生的變動會透過 $\alpha_1$ 而反應在上 $\Delta(\ln SR_t)$ ； $\sigma_{\Delta(\omega_t)}$ 發生的變動亦會透過 $\alpha_1$ 而反應在 $\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}$ 上。此即為系統變異性參數模型的基本概念。對未來第t期支付能力比率的預測時，t-1期的支付能力比率是已知的。

所以原先用以調整  $\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}$  的變動因子應為  $\sigma_{\Delta(\omega_t)}$  的函數，但由於其與「 $\Delta(\omega_t)$  發生的變動對  $\Delta(\ln SR_t)$  變動的影響幅度」相同，故可以後者此來代替前者。因此根據式 (A3-5) 及式 (A3-6)，即可進行  $\ln SR$  期間變動之標準差 ( $\sigma$ ) 的隨時間調整。

以下，將推導「景氣循環因子的變動， $\Delta(\omega_t)$ 」反映於「對數化支付能力之變動， $\Delta(\ln SR_t)$ 」的效果：

【推導過程】：

當未來第  $t$  期的景氣循環因子為  $\omega_t$  時，根據式 (A3-2)，可得其反映在第  $t$  期  $\ln SR$  的長期均衡水準 ( $b$ ) 的調整效果為：

$$\frac{b(t) - b}{b} = \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} - 1 \quad (\text{A3-7})$$

當未來第  $t+1$  期的景氣循環因子為  $\omega_{t+1}$  時，根據式 (A3-2)，可得其反映在第  $t$  期  $\ln SR$  的長期均衡水準 ( $b$ ) 的調整效果為：

$$\frac{b(t+1) - b}{b} = \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} - 1 \quad (\text{A3-8})$$

因此，將式 (A3-8)、式 (A3-7) 兩式相減，即可得  $\Delta(\omega_t)$  發生的變動對  $\Delta(\ln SR_t)$  變動的影響量為：

$$b \cdot \left( \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} - \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} \right) \quad (\text{A3-9})$$

故當對數化支付能力的基礎為  $b$  時， $\Delta(\omega_t)$  發生的變動對  $\Delta(\ln SR_t)$  變動的影響幅度為：

$$\left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} - \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} \quad (\text{A3-10})$$

所以根據式 (A3-10) 可知，當產業經濟狀態 (調整因子) 發生期間變動時， $\ln SR$  相對應發生

$$\left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} - \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}}$$

幅度的期間變動。根據式 (A3-4) 及式 (A3-5)，可知運用於  $\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}$  之調整時，「 $\sigma_{\Delta(\omega_t)}$  發生的變動對  $\sigma_{\Delta(\ln SR_t)}$  的影響幅度」與「 $\Delta(\omega_t)$  發生的變動對  $\Delta(\ln SR_t)$  的影響幅度」相同。如下所示：

$$\begin{aligned} \sigma_{d(\ln SR_t)}(t+1) = & \sigma_{d(\ln SR)} \cdot \left( 1 + \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t+1)}{b} \right)^{\frac{1}{i+1}} \right. \\ & \left. - \left( \frac{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot \omega(t)}{b} \right)^{\frac{1}{i}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3-11})$$

其中  $t \neq 0$ 。

## 附錄A4、數值分析起始值之估計結果

本研究乃利用Chen (1996) 之AR (1) 估計法作為數值分析起始值的參考依據，其結果如下：

表A4-1、樣本公司支付能力比率隨機模型AR (1) 法估計值

樣本公司支付能力比率隨機模型起始參數估計值					
產業	公司	a	b	$\sigma$	$\alpha 1$
半導體	台積電	1.1051	3.4084	1.7321	0.0142
半導體	聯電	1.5635	3.6302	1.4791	-0.0016
鋼鐵	中鋼	1.7491	2.0516	1.5767	0.0163
塑膠	台化	1.4379	1.4758	1.4342	0.0463
塑膠	台塑	0.8626	2.0822	1.3340	0.0260
電腦	仁寶	0.8318	3.0624	1.5904	0.0103
汽車	裕隆	0.5268	2.7353	1.1643	0.0670

表A4-2、樣本公司所屬產業之產業經濟狀態隨機模型AR (1) 法估計值

產業經濟狀態隨機模型之起始參數估計值				
產業	模擬對象	$a_{\eta}$	$b_{\eta}$	$\sigma_{\eta}$
半導體	電子產品出貨指數變動率	0.3146	0.0315	0.0377
鋼鐵，汽車	製造業整體出貨指數變動率	0.4490	0.0106	0.0199
塑膠	石化業產品出貨指數變動率	1.0737	0.0013	0.0317
電腦與週邊產品	電子與通訊產品出貨指數變動率	0.5570	0.0310	0.0322

\* 本文感謝幾位匿名審查者之細心審閱。